

# Esempio di Applicazione del Metodo di Quine-McCluskey

Maurizio Palesi

## Esempio 1

(Ricerca implicanti primi)

■  $f(a,b,c,d) = \Sigma(0,1,4,5,13,14)$

Gr.	a	b	c	d	Et.
$G_1^1$	0	0	0	0	0
$G_2^1$	0	0	0	1	1
$G_3^1$	0	1	0	1	5
$G_4^1$	1	1	0	1	13
	1	1	1	0	14

Gr.	a	b	c	d	Et.
$G_1^2$	0	0	0	-	0,1
$G_2^2$	0	-	0	0	0,4
$G_2^2$	0	-	0	1	1,5
$G_3^2$	0	1	0	-	4,5
$G_3^2$	-	1	0	1	5,13

Gr.	a	b	c	d	Et.
$G_1^3$	0	-	0	-	0,1,4,5

Gli implicanti primi della funzione  $f(a,b,c)$  sono

- $P1(14) = abcd$
- $P2(5,13) = bcd$
- $P3(0,1,4,5) = ac$

# Esempio 1

(Ricerca della copertura)

Gli implicanti primi della funzione  $f(a,b,c)$  sono

→ P1(14) =  $abcd$

→ P2(5,13) =  $bcd$

→ P3(0,1,4,5) =  $ac$

	0	1	4	5	13	14
P1						*
P2				*	*	
P3	*	*	*	*		

P1 è essenziale perché è l'unico a coprire il mintermine  $m_{14}$

P3 è essenziale perché è l'unico a coprire i mintermini  $m_0, m_1$  e  $m_4$

P2 è essenziale perché è l'unico a coprire il mintermine  $m_{13}$

$$f(a,b,c,d) = abcd + bcd + ac$$

Maurizio Palesi

3

# Esempio 2

(Ricerca implicanti primi)

$$f(a,b,c,d) = \Sigma(0,2,4,5,6,7,8,9,13,15)$$

Gr.	a	b	c	d	Et.
G <sub>1</sub> <sup>1</sup>	0	0	0	0	0 ✓
G <sub>2</sub> <sup>1</sup>	0	0	1	0	2 ✓
	0	1	0	0	4 ✓
G <sub>3</sub> <sup>1</sup>	1	0	0	0	8 ✓
	0	1	0	1	5 ✓
G <sub>4</sub> <sup>1</sup>	0	1	1	1	7 ✓
	1	1	0	1	13 ✓
G <sub>5</sub> <sup>1</sup>	1	1	1	1	15 ✓

Gr.	a	b	c	d	Et.
G <sub>1</sub> <sup>2</sup>	0	0	-	0	0,2 ✓
	0	-	0	0	0,4 ✓
	-	0	0	0	0,8 ✓
G <sub>2</sub> <sup>2</sup>	0	-	1	0	2,6 ✓
	0	1	0	-	4,5 ✓
	0	1	-	0	4,6 ✓
G <sub>3</sub> <sup>2</sup>	1	0	0	-	8,9 ✓
	0	1	-	1	5,7 ✓
	-	1	0	1	5,13 ✓
G <sub>4</sub> <sup>2</sup>	0	1	1	-	6,7 ✓
	1	-	0	1	9,13 ✓
G <sub>4</sub> <sup>2</sup>	-	1	1	1	7,15 ✓
	1	1	-	1	13,15 ✓

Gr.	a	b	c	d	Et.
G <sub>1</sub> <sup>3</sup>	0	-	-	0	0,2,4,6 ✓
G <sub>2</sub> <sup>3</sup>	0	1	-	-	4,5,6,7 ✓
G <sub>3</sub> <sup>3</sup>	-	1	-	1	5,7,13,15 ✓

Implicanti primi:

→ P1(0,8) =  $bcd$

→ P2(8,9) =  $abc$

→ P3(9,13) =  $acd$

→ P4(0,2,4,6) =  $ad$

→ P5(4,5,6,7) =  $ab$

→ P6(5,7,13,15) =  $bd$

Maurizio Palesi

4

## Esempio 2

(Ricerca della copertura)

Implicanti primi:

- P1(0,8) = bcd
- P2(8,9) = abc
- P3(9,13) = a $\bar{c}$ d
- P4(0,2,4,6) = a $\bar{d}$
- P5(4,5,6,7) = a $\bar{b}$
- P6(5,7,13,15) = bd

	0	2	4	5	6	7	8	9	13	15
P1	*						*			
P2							*	*		
P3								*	*	
P4	*	*	*		*					
P5			*	*	*	*				
P6				*		*			*	*

Il mintermine  $m_2$  è coperto soltanto dall'implicante primo P4.  
P4 è quindi un implicante primo essenziale

## Esempio 2

(Ricerca della copertura)

Implicanti primi:

- P1(0,8) = bcd
- P2(8,9) = abc
- P3(9,13) = a $\bar{c}$ d
- P4(0,2,4,6) = a $\bar{d}$
- P5(4,5,6,7) = a $\bar{b}$
- P6(5,7,13,15) = bd

	0	2	4	5	6	7	8	9	13	15
P1	*						*			
P2							*	*		
P3								*	*	
P4	*	*	*		*					
P5			*	*	*	*				
P6				*		*			*	*

Per il **criterio di essenzialità** la riga essenziale e le colonne in corrispondenza delle quali si trova un \* vengono rimosse e all'insieme di copertura viene aggiunto P4.

## Esempio 2

(Ricerca della copertura)

Insieme di copertura: {P4}

	5	7	8	9	13	15
P1			*			
P2			*	*		
P3				*	*	
P5	*	*				
P6	*	*			*	*



P1 è dominato da P2 e P5 da P6.



Maurizio Palesi

7

## Esempio 2

(Ricerca della copertura)

Insieme di copertura: {P4}

	5	7	8	9	13	15
P1			*			
P2			*	*		
P3				*	*	
P5	*	*				
P6	*	*			*	*



Per il criterio di dominanza P1 e P5 possono essere rimossi dalla tabella



Maurizio Palesi

8

## Esempio 2

(Ricerca della copertura)

Insieme di copertura: {P4}

	5	7	8	9	13	15
P2			*	*		
P3				*	*	
P6	*	*			*	*

I mintermini  $m_5$  ed  $m_7$  sono coperti soltanto dall'implicante primo P6.

Il mintermine  $m_8$  è coperto soltanto dall'implicante primo P2.

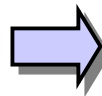
Il mintermine  $m_{15}$  è coperto soltanto dall'implicante primo P6.

P2 e P6 sono quindi implicanti primi essenziali (secondari).

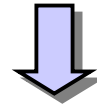
## Esempio 2

(Ricerca della copertura)

	5	7	8	9	13	15
P2			*	*		
P3				*	*	
P6	*	*			*	*



Insieme di copertura: {P2, P4, P6}



$$f(a,b,c,d) = P2 + P4 + P6 = \underline{abd} + \underline{ad} + bd$$

## Esempio 3

(Ricerca implicanti primi)

$$f(a,b,c,d) = \Sigma(0,2,8,10,11) + d(4,6,7)$$

a	b	c	d	Et.
0	0	0	0	0
0	0	1	0	2
0	1	0	0	4
1	0	0	0	8
0	1	1	0	6
1	0	1	0	10
0	1	1	1	7
1	0	1	1	11

a	b	c	d	Et.
0	0	-	0	0,2
0	-	0	0	0,4
-	0	0	0	0,8
0	-	1	0	2,6
-	0	1	0	2,10
0	1	-	0	4,6
1	0	-	0	8,10
0	1	1	-	6,7
1	0	1	-	10,11

a	b	c	d	Et.
0	-	-	0	0,2,4,6
-	0	-	0	0,2,8,10

Implicanti primi:

→ P1(6,7) =  $\underline{abc}$

→ P2(10,11) =  $\underline{abc}$

→ P3(0,2,4,6) =  $\underline{ad}$

→ P4(0,2,8,10) =  $\underline{bd}$

## Esempio 3

(Ricerca della copertura)

Implicanti primi:

→ P1(6,7) =  $\underline{abc}$

→ P2(10,11) =  $\underline{abc}$

→ P3(0,2,4,6) =  $\underline{ad}$

→ P4(0,2,8,10) =  $\underline{bd}$

	0	2	8	10	11
P1					
P2				*	*
P3	*	*			
P4	*	*	*	*	

P1 non copre termini di  $\Sigma$

P3 è coperto da P4

	0	2	8	10	11
P2				*	*
P4	*	*	*	*	

P2 e P4 sono essenziali

$$f(a,b,c,d) = P2 + P4 = \underline{abc} + \underline{bd}$$

## Esempio 4

(Ricerca della copertura minima)

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
P1	*	*		*			
P2		*				*	
P3			*		*		*
P4	*	*				*	
P5		*		*	*	*	

P2 è dominato da P4



P3 è un implicante primo essenziale. Applicazione del criterio di essenzialità

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
P1	*	*		*			
P3			*		*		*
P4	*	*				*	
P5		*		*	*	*	

	M1	M2	M4	M6
P1	*	*	*	
P4	*	*		*
P5		*	*	*

M2 domina tutti gli altri mintermini quindi può essere eliminato

	M1	M4	M6
P1	*	*	
P4	*		*
P5		*	*

La tabella degli implicanti primi è ciclica.

Insieme di copertura {P3}

## Esempio 4

(Ricerca della copertura minima - Petrick)

	M1	M4	M6
P1	*	*	
P4	*		*
P5		*	*

Insieme di copertura {P3}

$$(P1 + P4) \cdot (P1 + P5) \cdot (P4 + P5) = 1$$

$$P1P4 + P5P4 + P1P5 = 1$$

Le possibili coperture saranno quindi:

$$\rightarrow P1 + P3 + P4$$

$$\rightarrow P3 + P4 + P5$$

$$\rightarrow P1 + P3 + P5$$

E' il progettista che sceglie l'implementazione più opportuna.

Se ad esempio P1 ha un numero di letterali superiore a P4 e P5 allora l'implementazione meno costosa è P3 + P4 + P5