

Esempio di Applicazione del Metodo di Quine-McCluskey

Maurizio Palesi

Maurizio Palesi

1

Esempio 1

(Ricerca implicanti primi)

$$\blacksquare f(a,b,c,d) = \Sigma(0,1,4,5,13,14)$$

Gr.	a	b	c	d	Et.
G_1^1	0	0	0	0	0 ✓
G_2^1	0	0	0	1	1 ✓
	0	1	0	0	4 ✓
G_3^1	0	1	0	1	5 ✓
G_4^1	1	1	0	1	13 ✓
	1	1	1	0	14 ✓

Gr.	a	b	c	d	Et.
G_1^2	0	0	0	-	0,1 ✓
	0	-	0	0	0,4 ✓
G_2^2	0	-	0	1	1,5 ✓
	0	1	0	-	4,5 ✓
G_3^2	-	1	0	1	5,13 ✓

Gr.	a	b	c	d	Et.
G_1^3	0	-	0	-	0,1,4,5 ✓

Gli implicanti primi della funzione $f(a,b,c)$ sono

→ $P1(14) = abcd$

→ $P2(5,13) = bcd$

→ $P3(0,1,4,5) = ac$

Maurizio Palesi

2

Esempio 1

(Ricerca della copertura)

Gli implicanti primi della funzione $f(a,b,c)$ sono

→ $P1(14) = \underline{abc}d$

→ $P2(5,13) = b\underline{cd}$

→ $P3(0,1,4,5) = \underline{ac}$

	0	1	4	5	13	14
P1						*
P2				*	*	
P3	*	*	*	*		

P1 è essenziale perché è l'unico a coprire il mintermine m_{14}

P3 è essenziale perché è l'unico a coprire i mintermini m_0, m_1 e m_4

P2 è essenziale perché è l'unico a coprire il mintermine m_{13}

$$f(a,b,c,d) = \underline{abc}d + b\underline{cd} + \underline{ac}$$

Maurizio Palesi

3

Esempio 2

(Ricerca implicanti primi)

$$f(a,b,c,d) = \Sigma(0,2,4,5,6,7,8,9,13,15)$$

Gr.	a	b	c	d	Et.
G_1^1	0	0	0	0	0 ✓
G_2^1	0	0	1	0	2 ✓
G_3^1	0	1	0	0	4 ✓
G_4^1	0	1	0	1	5 ✓
G_5^1	0	1	1	0	6 ✓
G_6^1	0	1	1	1	7 ✓
G_7^1	1	0	0	0	8 ✓
G_8^1	1	0	0	1	9 ✓
G_9^1	1	1	0	1	13 ✓
G_{10}^1	1	1	1	1	15 ✓

Gr.	a	b	c	d	Et.
G_1^2	0	0	-	0	0,2 ✓
G_2^2	0	-	0	0	0,4 ✓
G_3^2	-	0	0	0	0,8 ✓
G_4^2	0	-	1	0	2,6 ✓
G_5^2	0	1	0	-	4,5 ✓
G_6^2	0	1	-	0	4,6 ✓
G_7^2	1	0	0	-	8,9 ✓
G_8^2	0	1	-	1	5,7 ✓
G_9^2	-	1	0	1	5,13 ✓
G_{10}^2	0	1	1	-	6,7 ✓
G_{11}^2	1	-	0	1	9,13 ✓
G_{12}^2	-	1	1	1	7,15 ✓
G_{13}^2	1	1	-	1	13,15 ✓

Gr.	a	b	c	d	Et.
G_1^3	0	-	-	0	0,2,4,6 ✓
G_2^3	0	1	-	-	4,5,6,7 ✓
G_3^3	-	1	-	1	5,7,13,15 ✓

Implicanti primi:

→ $P1(0,8) = \underline{bcd}$

→ $P2(8,9) = \underline{abc}$

→ $P3(9,13) = \underline{acd}$

→ $P4(0,2,4,6) = \underline{ad}$

→ $P5(4,5,6,7) = \underline{ab}$

→ $P6(5,7,13,15) = \underline{bd}$

Maurizio Palesi

4

Esempio 2

(Ricerca della copertura)

Implicanti primi:

→ P1(0,8) = $\underline{bcd}$

→ P2(8,9) = $\underline{abc}$

→ P3(9,13) = $\underline{acd}$

→ P4(0,2,4,6) = $\underline{ad}$

→ P5(4,5,6,7) = $\underline{ab}$

→ P6(5,7,13,15) = $\underline{bd}$

	0	2	4	5	6	7	8	9	13	15
P1	*						*			
P2							*	*		
P3								*	*	
P4	*	*	*		*					
P5			*	*	*	*				
P6				*		*			*	*

Il mintermine m_2 è coperto soltanto dall'implicante primo P4.

P4 è quindi un **implicante primo essenziale**

Maurizio Palesi

5

Esempio 2

(Ricerca della copertura)

Implicanti primi:

→ P1(0,8) = $\underline{bcd}$

→ P2(8,9) = $\underline{abc}$

→ P3(9,13) = $\underline{acd}$

→ P4(0,2,4,6) = $\underline{ad}$

→ P5(4,5,6,7) = $\underline{ab}$

→ P6(5,7,13,15) = $\underline{bd}$

	0	2	4	5	6	7	8	9	13	15
P1	*						*			
P2							*	*		
P3								*	*	
P4	*	*	*		*					
P5			*	*	*	*				
P6				*		*			*	*

Per il **criterio di essenzialità** la riga essenziale e le colonne in corrispondenza delle quali si trova un * vengono rimosse e all'insieme di copertura viene aggiunto P4.

Maurizio Palesi

6

Esempio 2

(Ricerca della copertura)

Insieme di copertura: {P4}

	5	7	8	9	13	15
P1			*			
P2			*	*		
P3				*	*	
P5	*	*				
P6	*	*			*	*



P1 è dominato da P2 e P5 da P6.



Maurizio Palesi

7

Esempio 2

(Ricerca della copertura)

Insieme di copertura: {P4}

	5	7	8	9	13	15
P1			*			
P2			*	*		
P3				*	*	
P5	*	*				
P6	*	*			*	*



Per il criterio di dominanza P1 e P5 possono essere rimossi dalla tabella



Maurizio Palesi

8

Esempio 2

(Ricerca della copertura)

Insieme di copertura: {P4}

	5	7	8	9	13	15
P2			*	*		
P3				*	*	
P6	*	*			*	*

I mintermini m_5 ed m_7 sono coperti soltanto dall'implicante primo P6.

Il mintermine m_8 è coperto soltanto dall'implicante primo P2.

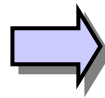
Il mintermine m_{15} è coperto soltanto dall'implicante primo P6.

P2 e P6 sono quindi implicanti primi essenziali (secondari).

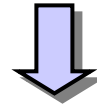
Esempio 2

(Ricerca della copertura)

	5	7	8	9	13	15
P2			*	*		
P3				*	*	
P6	*	*			*	*



Insieme di copertura: {P2, P4, P6}



$$f(a,b,c,d) = P2 + P4 + P6 = \underline{abd} + \underline{ad} + bd$$

Esempio 3

(Ricerca implicanti primi)

$$f(a,b,c,d) = \Sigma(0,2,8,10,11) + d(4,6,7)$$

a	b	c	d	Et.
0	0	0	0	0
0	0	1	0	2
0	1	0	0	4
1	0	0	0	8
0	1	1	0	6
1	0	1	0	10
0	1	1	1	7
1	0	1	1	11

a	b	c	d	Et.
0	0	-	0	0,2
0	-	0	0	0,4
-	0	0	0	0,8
0	-	1	0	2,6
-	0	1	0	2,10
0	1	-	0	4,6
1	0	-	0	8,10
0	1	1	-	6,7
1	0	1	-	10,11

a	b	c	d	Et.
0	-	-	0	0,2,4,6
-	0	-	0	0,2,8,10

Implicanti primi:

→ P1(6,7) = abc

→ P2(10,11) = abc

→ P3(0,2,4,6) = ad

→ P4(0,2,8,10) = bd

Maurizio Palesi

11

Esempio 3

(Ricerca della copertura)

Implicanti primi:

→ P1(6,7) = abc

→ P2(10,11) = abc

→ P3(0,2,4,6) = ad

→ P4(0,2,8,10) = bd

	0	2	8	10	11
P1					
P2				*	*
P3	*	*			
P4	*	*	*	*	

P1 non copre termini di Σ

P3 è coperto da P4

	0	2	8	10	11
P2				*	*
P4	*	*	*	*	

P2 e P4 sono essenziali

$$f(a,b,c,d) = P2 + P4 = \underline{abc} + \underline{bd}$$

Maurizio Palesi

12

Esempio 4

(Ricerca della copertura minima)

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
P1	*	*		*			
P2		*				*	
P3			*		*		*
P4	*	*				*	
P5		*		*	*	*	

P2 è dominato da P4

P3 è un implicante primo essenziale. Applicazione del criterio di essenzialità

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
P1	*	*		*			
P3			*		*		*
P4	*	*				*	
P5		*		*	*	*	

	M1	M2	M4	M6
P1	*	*	*	
P4	*	*		*
P5		*	*	*

M2 domina tutti gli altri mintermini quindi può essere eliminato

	M1	M4	M6
P1	*	*	
P4	*		*
P5		*	*

La tabella degli implicanti primi è ciclica.

Insieme di copertura {P3}

Maurizio Palesi

13

Esempio 4

(Ricerca della copertura minima - Petrick)

	M1	M4	M6
P1	*	*	
P4	*		*
P5		*	*

Insieme di copertura {P3}

$$(P1 + P4) \cdot (P1 + P5) \cdot (P4 + P5) = 1$$

$$P1P4 + P5P4 + P1P5 = 1$$

Le possibili coperture saranno quindi:

$$\rightarrow P1 + P3 + P4$$

$$\rightarrow P3 + P4 + P5$$

$$\rightarrow P1 + P3 + P5$$

E' il progettista che sceglie l'implementazione più opportuna.
Se ad esempio P1 ha un numero di letterali superiore a P4 e P5 allora l'implementazione meno costosa è P3 + P4 + P5

Maurizio Palesi

14