Esempio di Applicazione del Metodo di Quine-McCluskey

Maurizio Palesi

Esempio 1

(Ricerca implicanti primi)

- *f*(a,b,c,d) = Σ(0,1,4,5,13,14)

Gr.	a	b	c	d	Et.	
G_1^1	0	0	0	0	0	√
G_2^1	0	0	0	1	1	√
	0	1	0	0	4	√
G_3^1	0	1	0	1	5	√
G_4^1	1	1	0	1	13	√
	1	1	1	0	14	

Gr.	a	b	c	d	Et.	
G_1^2	0	0	0	-	0,1	√
	0	-	0	0	0,4	√
G_2^2	0	-	0	1	1,5	√
	0	1	0	-	4,5	√
G_3^2	-	1	0	1	5,13	

Gr.	a	b	c	d	Et.
G_1^3	0	-	0	-	0,1,4,5

Gli implicanti primi della funzione *f*(a,b,c) sono
➔P1(14) = $abc\underline{d}$
➔P2(5,13) = $b\underline{c}d$
➔P3(0,1,4,5) = $\underline{a}\underline{c}$

Esempio 1

(Ricerca della copertura)

Gli implicanti primi della funzione *f*(a,b,c) sono

- ➔ P1(14) = $abc\underline{d}$
- ➔ P2(5,13) = $b\underline{c}d$
- ➔ P3(0,1,4,5) = $\underline{a}\,\underline{c}$

	0	1	4	5	13	14
P1						*
P2				*	*	
P3	*	*	*	*		

P1 è essenziale perché è l'unico a coprire il mintermine m_{14}

P3 è essenziale perché è l'unico a coprire i mintermini m_0, m_1 e m_4

P2 è essenziale perché è l'unico a coprire il mintermine m_{13}

f(a,b,c,d) = $abc\underline{d} + b\underline{c}d + \underline{a}\,\underline{c}$

Esempio 2

(Ricerca implicanti primi)

- *f*(a,b,c,d) = Σ(0,2,4,5,6,7,8,9,13,15)

Gr.	a	b	c	d	Et.	
G_1^1	0	0	0	0	0	√
G_2^1	0	0	1	0	2	√
	0	1	0	0	4	√
	1	0	0	0	8	√
G_3^1	0	1	0	1	5	√
	0	1	1	0	6	√
	1	0	0	1	9	√
G_4^1	0	1	1	1	7	√
	1	1	0	1	13	√
G_5^1	1	1	1	1	15	√

Gr.	a	b	c	d	Et.	
G_1^2	0	0	-	0	0,2	√
	0	-	0	0	0,4	√
	-	0	0	0	0,8	
G_2^2	0	-	1	0	2,6	√
	0	1	0	-	4,5	√
	0	1	-	0	4,6	√
	1	0	0	-	8,9	
G_3^2	0	1	-	1	5,7	√
	-	1	0	1	5,13	√
	0	1	1	-	6,7	√
	1	-	0	1	9,13	
G_4^2	-	1	1	1	7,15	√
	1	1	-	1	13,15	√

Gr.	a	b	c	d	Et.
G_1^3	0	-	-	0	0,2,4,6
G_2^3	0	1	-	-	4,5,6,7
G_3^3	-	1	-	1	5,7,13,15

Implicanti primi:

- ➔ P1(0,8) = $\underline{b}\,\underline{c}\,\underline{d}$
- ➔ P2(8,9) = $a\underline{b}\,\underline{c}$
- ➔ P3(9,13) = $a\underline{c}d$
- ➔ P4(0,2,4,6) = $\underline{a}\,\underline{d}$
- ➔ P5(4,5,6,7) = $\underline{a}b$
- ➔ P6(5,7,13,15) = bd

Esempio 2
(Ricerca della copertura)

Implicanti primi:
- P1(0,8) = bcd
- P2(8,9) = abc
- P3(9,13) = acd
- P4(0,2,4,6) = ad
- P5(4,5,6,7) = ab
- P6(5,7,13,15) = bd

	0	2	4	5	6	7	8	9	13	15
P1	*						*			
P2							*	*		
P3								*	*	
P4	*	*	*		*					
P5			*	*	*	*				
P6				*		*			*	*

Il mintermine m_2 è coperto soltanto dall'implicante primo P4.
P4 è quindi un implicante primo essenziale

Esempio 2
(Ricerca della copertura)

Implicanti primi:
- P1(0,8) = bcd
- P2(8,9) = abc
- P3(9,13) = acd
- P4(0,2,4,6) = ad
- P5(4,5,6,7) = ab
- P6(5,7,13,15) = bd

	0	2	4	5	6	7	8	9	13	15
P1	*						*			
P2							*	*		
P3								*	*	
P4	*	*	*		*					
P5			*	*	*	*				
P6				*		*			*	*

Per il criterio di essenzialità la riga essenziale e le colonne in corrispondenza delle quali si trova un * vengono rimosse e all'insime di coperrtura viene aggiunto P4.

Esempio 2
(Ricerca della copertura)

Insieme di copertura: {P4}

	5	7	8	9	13	15
P1			*			
P2			*	*		
P3				*	*	
P5	*	*				
P6	*	*			*	*

P1 è dominato da P2 e P5 da P6.

Esempio 2
(Ricerca della copertura)

Insieme di copertura: {P4}

	5	7	8	9	13	15
~~P1~~			~~*~~			
P2			*	*		
P3				*	*	
~~P5~~	~~*~~	~~*~~				
P6	*	*			*	*

Per il criterio di dominanza P1 e P5 possono essere rimossi dalla tabella

Esempio 2
(Ricerca della copertura)

Insieme di copertura: {P4}

	5	7	8	9	13	15
P2			*	*		
P3				*	*	
P6	*	*			*	*

I mintermini m_5 ed m_7 sono coperti soltanto dall'implicante primo P6.
Il mintermine m_8 è coperto soltanto dall'implicante primo P2.
Il mintermine m_{15} è coperto soltanto dall'implicante primo P6.
P2 e P6 sono quindi implicanti primi essenziali (secondari).

Esempio 2
(Ricerca della copertura)

	5	7	8	9	13	15
P2			*	*		
P3				*	*	
P6	*	*			*	*

Insieme di copertura: {P2, P4, P6}

f(a,b,c,d) = P2 + P4 + P6 = $\underline{abd} + \underline{ad} + bd$

Esempio 3
(Ricerca implicanti primi)

$f(a,b,c,d) = \Sigma(0,2,8,10,11) + d(4,6,7)$

a	b	c	d	Et.	
0	0	0	0	0	√
0	0	1	0	2	√
0	1	0	0	4	√
1	0	0	0	8	√
0	1	1	0	6	√
1	0	1	0	10	√
0	1	1	1	7	√
1	0	1	1	11	√

a	b	c	d	Et.	
0	0	-	0	0,2	√
0	-	0	0	0,4	√
-	0	0	0	0,8	√
0	-	1	0	2,6	√
-	0	1	0	2,10	√
0	1	-	0	4,6	√
1	0	-	0	8,10	√
0	1	1	-	6,7	
1	0	1	-	10,11	

a	b	c	d	Et.
0	-	-	0	0,2,4,6
-	0	-	0	0,2,8,10

Implicanti primi:
- ➔P1(6,7) = $\bar{a}bc$
- ➔P2(10,11) = $a\bar{b}c$
- ➔P3(0,2,4,6) = $\bar{a}\bar{d}$
- ➔P4(0,2,8,10) = $\bar{b}\bar{d}$

Esempio 3
(Ricerca della copertura)

Implicanti primi:
- ➔P1(6,7) = $\bar{a}bc$
- ➔P2(10,11) = $a\bar{b}c$
- ➔P3(0,2,4,6) = $\bar{a}\bar{d}$
- ➔P4(0,2,8,10) = $\bar{b}\bar{d}$

	0	2	8	10	11
P1					
P2				*	*
P3	*	*			
P4	*	*	*	*	

P1 non copre termini di Σ
P3 è coperto da P4

	0	2	8	10	11
P2				*	*
P4	*	*	*	*	

P2 e P4 sono essenziali

$f(a,b,c,d) = P2 + P4 = a\bar{b}c + \bar{b}\bar{d}$

Esempio 4
(Ricerca della copertura minima)

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
P1	*	*		*			
P2		*				*	
P3			*		*		*
P4	*	*				*	
P5		*		*	*	*	

P2 è dominato da P4

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
P1	*	*		*			
P3			*		*		*
P4	*	*				*	
P5		*		*	*	*	

P3 è un implicante primo essenziale. Applicazione del criterio di essenzialità

	M1	M2	M4	M6
P1	*	*	*	
P4	*	*		*
P5		*	*	*

M2 domina tutti gli altri mintermini quindi può essere eliminato

Insieme di copertura {P3}

	M1	M4	M6
P1	*	*	
P4	*		*
P5		*	*

La tabella degli implicanti primi è ciclica.

Esempio 4
(Ricerca della copertura minima - Petrick)

	M1	M4	M6
P1	*	*	
P4	*		*
P5		*	*

Insieme di copertura {P3}

(P1 + P4) • (P1 + P5) • (P4 + P5) = 1

P1P4 + P5P4 + P1P5 = 1

Le possibili coperture saranno quindi:

- P1 + P3 + P4
- P3 + P4 + P5
- P1 + P3 + P5

E' il progettista che sceglie l'implementazione più opportuna.
Se ad esempio P1 ha un numero di letterali superiore a P4 e P5 allora l'implementazione meno costosa è P3 + P4 + P5