

Esempio di Applicazione del Metodo di Quine-McCluskey

Maurizio Palesi

Esempio 1

(Ricerca implicanti primi)

■ $f(a,b,c,d) = \Sigma(0,1,4,5,13,14)$

Gr.	a	b	c	d	Et.
G ₁ ¹	0	0	0	0	0
G ₂ ¹	0	0	0	1	1
G ₃ ¹	0	1	0	1	5
G ₄ ¹	1	1	0	1	13
	1	1	1	0	14

Gr.	a	b	c	d	Et.
G ₁ ²	0	0	0	-	0,1
G ₂ ²	0	-	0	0	0,4
G ₂ ²	0	-	0	1	1,5
G ₃ ²	0	1	0	-	4,5
G ₃ ²	-	1	0	1	5,13

Gr.	a	b	c	d	Et.
G ₁ ³	0	-	0	-	0,1,4,5

Gli implicanti primi della funzione $f(a,b,c)$ sono

- P1(14) = $abcd$
- P2(5,13) = bcd
- P3(0,1,4,5) = ac

Esempio 1

(Ricerca della copertura)

Gli implicanti primi della funzione $f(a,b,c)$ sono

→ P1(14) = \underline{abcd}

→ P2(5,13) = \underline{bcd}

→ P3(0,1,4,5) = \underline{ac}

	0	1	4	5	13	14
P1						*
P2				*	*	
P3	*	*	*	*		

P1 è essenziale perché è l'unico a coprire il mintermine m_{14}

P3 è essenziale perché è l'unico a coprire i mintermini m_0, m_1 e m_4

P2 è essenziale perché è l'unico a coprire il mintermine m_{13}

$$f(a,b,c,d) = \underline{abcd} + \underline{bcd} + \underline{ac}$$

Maurizio Palesi

3

Esempio 2

(Ricerca implicanti primi)

$$\blacksquare f(a,b,c,d) = \Sigma(0,2,4,5,6,7,8,9,13,15)$$

Gr.	a	b	c	d	Et.
G ₁ ¹	0	0	0	0	0 ✓
G ₂ ¹	0	0	1	0	2 ✓
	0	1	0	0	4 ✓
G ₃ ¹	1	0	0	0	8 ✓
	0	1	0	1	5 ✓
G ₄ ¹	0	1	1	1	7 ✓
	1	1	0	1	13 ✓
G ₅ ¹	1	1	1	1	15 ✓

Gr.	a	b	c	d	Et.
G ₁ ²	0	0	-	0	0,2 ✓
	0	-	0	0	0,4 ✓
G ₂ ²	-	0	0	0	0,8 ✓
	0	-	1	0	2,6 ✓
G ₃ ²	0	1	0	-	4,5 ✓
	0	1	-	0	4,6 ✓
G ₄ ²	1	0	0	-	8,9 ✓
	0	1	-	1	5,7 ✓
G ₅ ²	-	1	0	1	5,13 ✓
	0	1	1	-	6,7 ✓
G ₆ ²	1	-	0	1	9,13 ✓
	-	1	1	1	7,15 ✓
G ₇ ²	1	1	-	1	13,15 ✓

Gr.	a	b	c	d	Et.
G ₁ ³	0	-	-	0	0,2,4,6
G ₂ ³	0	1	-	-	4,5,6,7
G ₃ ³	-	1	-	1	5,7,13,15

Implicanti primi:

→ P1(0,8) = \underline{bcd}

→ P2(8,9) = \underline{abc}

→ P3(9,13) = \underline{acd}

→ P4(0,2,4,6) = \underline{ad}

→ P5(4,5,6,7) = \underline{ab}

→ P6(5,7,13,15) = \underline{bd}

Maurizio Palesi

4

Esempio 2

(Ricerca della copertura)

Implicanti primi:

- P1(0,8) = \underline{bcd}
- P2(8,9) = \underline{abc}
- P3(9,13) = \underline{acd}
- P4(0,2,4,6) = \underline{ad}
- P5(4,5,6,7) = \underline{ab}
- P6(5,7,13,15) = \underline{bd}

	0	2	4	5	6	7	8	9	13	15
P1	*						*			
P2							*	*		
P3								*	*	
P4	*	*	*		*					
P5			*	*	*	*				
P6				*		*			*	*

Il mintermine m_2 è coperto soltanto dall'implicante primo P4.
P4 è quindi un implicante primo essenziale

Esempio 2

(Ricerca della copertura)

Implicanti primi:

- P1(0,8) = \underline{bcd}
- P2(8,9) = \underline{abc}
- P3(9,13) = \underline{acd}
- P4(0,2,4,6) = \underline{ad}
- P5(4,5,6,7) = \underline{ab}
- P6(5,7,13,15) = \underline{bd}

	0	2	4	5	6	7	8	9	13	15
P1	*						*			
P2							*	*		
P3								*	*	
P4	*	*	*		*					
P5			*	*	*	*				
P6				*		*			*	*

Per il **criterio di essenzialità** la riga essenziale e le colonne in corrispondenza delle quali si trova un * vengono rimosse e all'insieme di copertura viene aggiunto P4.

Esempio 2

(Ricerca della copertura)

Insieme di copertura: {P4}

	5	7	8	9	13	15
P1			*			
P2			*	*		
P3				*	*	
P5	*	*				
P6	*	*			*	*

P1 è dominato da P2 e P5 da P6.

Esempio 2

(Ricerca della copertura)

Insieme di copertura: {P4}

	5	7	8	9	13	15
P1			*			
P2			*	*		
P3				*	*	
P5	*	*				
P6	*	*			*	*

Per il criterio di dominanza P1 e P5 possono essere rimossi dalla tabella

Esempio 2

(Ricerca della copertura)

Insieme di copertura: {P4}

	5	7	8	9	13	15
P2			*	*		
P3				*	*	
P6	*	*			*	*

I mintermini m_5 ed m_7 sono coperti soltanto dall'implicante primo P6.

Il mintermine m_8 è coperto soltanto dall'implicante primo P2.

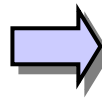
Il mintermine m_{15} è coperto soltanto dall'implicante primo P6.

P2 e P6 sono quindi implicanti primi essenziali (secondari).

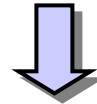
Esempio 2

(Ricerca della copertura)

	5	7	8	9	13	15
P2			*	*		
P3				*	*	
P6	*	*			*	*



Insieme di copertura: {P2, P4, P6}



$$f(a,b,c,d) = P2 + P4 + P6 = \underline{abd} + \underline{ad} + bd$$

Esempio 3

(Ricerca implicanti primi)

$$f(a,b,c,d) = \Sigma(0,2,8,10,11) + d(4,6,7)$$

a	b	c	d	Et.
0	0	0	0	0
0	0	1	0	2
0	1	0	0	4
1	0	0	0	8
0	1	1	0	6
1	0	1	0	10
0	1	1	1	7
1	0	1	1	11

a	b	c	d	Et.
0	0	-	0	0,2
0	-	0	0	0,4
-	0	0	0	0,8
0	-	1	0	2,6
-	0	1	0	2,10
0	1	-	0	4,6
1	0	-	0	8,10
0	1	1	-	6,7
1	0	1	-	10,11

a	b	c	d	Et.
0	-	-	0	0,2,4,6
-	0	-	0	0,2,8,10

Implicanti primi:

→ P1(6,7) = \underline{abc}

→ P2(10,11) = \underline{abc}

→ P3(0,2,4,6) = \underline{ad}

→ P4(0,2,8,10) = \underline{bd}

Esempio 3

(Ricerca della copertura)

Implicanti primi:

→ P1(6,7) = \underline{abc}

→ P2(10,11) = \underline{abc}

→ P3(0,2,4,6) = \underline{ad}

→ P4(0,2,8,10) = \underline{bd}

	0	2	8	10	11
P1					
P2				*	*
P3	*	*			
P4	*	*	*	*	

P1 non copre termini di Σ

P3 è coperto da P4

	0	2	8	10	11
P2				*	*
P4	*	*	*	*	

P2 e P4 sono essenziali

$$f(a,b,c,d) = P2 + P4 = \underline{abc} + \underline{bd}$$

Esempio 4

(Ricerca della copertura minima)

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
P1	*	*		*			
P2		*				*	
P3			*		*		*
P4	*	*				*	
P5		*		*	*	*	

P2 è dominato da P4



	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
P1	*	*		*			
P3			*		*		*
P4	*	*				*	
P5		*		*	*	*	

P3 è un implicante primo essenziale. Applicazione del criterio di essenzialità

	M1	M2	M4	M6
P1	*	*	*	
P4	*	*		*
P5		*	*	*

M2 domina tutti gli altri mintermini quindi può essere eliminato

	M1	M4	M6
P1	*	*	
P4	*		*
P5		*	*

La tabella degli implicanti primi è ciclica.

Insieme di copertura {P3}

Esempio 4

(Ricerca della copertura minima - Petrick)

	M1	M4	M6
P1	*	*	
P4	*		*
P5		*	*

Insieme di copertura {P3}

$$(P1 + P4) \cdot (P1 + P5) \cdot (P4 + P5) = 1$$

$$P1P4 + P5P4 + P1P5 = 1$$

Le possibili coperture saranno quindi:

$$\rightarrow P1 + P3 + P4$$

$$\rightarrow P3 + P4 + P5$$

$$\rightarrow P1 + P3 + P5$$

E' il progettista che sceglie l'implementazione più opportuna.
Se ad esempio P1 ha un numero di letterali superiore a P4 e P5 allora l'implementazione meno costosa è P3 + P4 + P5