Esercizi svolti di Fisica generale II - Anno 1992

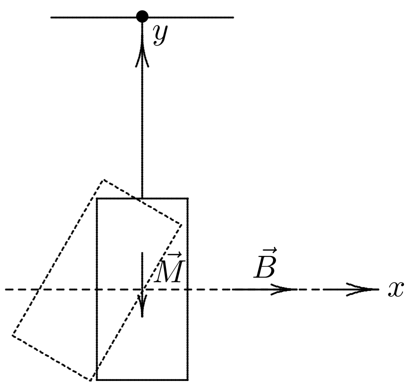
92-1) Esercizio n. 1 del 18/1/1992

Una sottile barretta magnetica di lunghezza l e massa m, è sospesa ad un filo verticale. La barretta è magnetizzata in modo che il suo momento magnetico è diretto verso il basso. Se si applica un campo di induzione magnetica $\vec{B}$ in direzione orizzontale, calcolare l'angolo θ di cui ruota la barretta rispetto alla verticale.

Si ha:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

dove $\vec{\mu}$ è il momento magnetico della barra.



La barra ruota attorno all'asse z verso la sinistra del foglio.

$$\sin(90^0 + \theta)\mu B = mg\frac{l}{2}\sin\theta \Longrightarrow \cos\theta\mu B = mg\frac{l}{2}\sin\theta$$

Per cui

$$\boxed{\tan\theta = \frac{2\mu B}{mgl}}$$

92-2) Esercizio n. 2 del 18/1/1992

Su un sottile anello di 10 cm di raggio è distribuita uniformemente una certa quantità di carica. L'anello ruota con velocità angolare $\omega = 7540\, rad/min$ attorno al proprio asse. Trovare la quantità di carica se il modulo del campo di induzione magnetica nel suo centro è $3.8 \cdot 10^{-5}\, Gauss$.

Si ha:

$$I = \frac{Q}{T} = \frac{Q\omega}{2\pi}$$

$$B(0) = \frac{\mu_0}{2}\frac{Q\omega}{2\pi a} = 3.8 \cdot 10^{-5}\, gauss = 3.8 \cdot 10^{-9}\, Wb/m^2$$

Segue

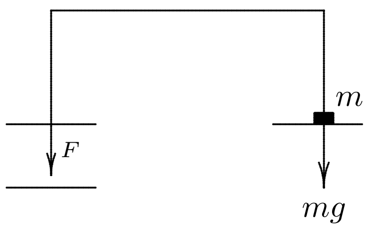
$$Q = \frac{4a\pi B(0)}{\mu_0 \omega} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 10^{-2}\pi \cdot 3.8 \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1200} 60 = 1.9 \cdot 10^{-4}\, C$$

Per $\omega = 7540\, rad/min$ come nell'esercizio, si ha:

$$Q = \underline{\underline{3 \cdot 10^{-5}\, C}}$$

92-3) Esercizio n. 3 del 18/1/1992

L'armatura superiore di un condensatore piano è il piatto di una bilancia. La distanza fra le armature del condensatore è $d = 5\,mm$ e l'area della superficie di ciascuna di esse è di 628 cm^2. Quale differenza di potenziale bisogna applicare fra le armature perchè l'equilibrio della bilancia venga raggiunto ponendo una massa di $1.6\,g$ sull'altro piatto.



Come sappiamo, la densitá superficiale di forza che agisce fra le armature di un condensatore é:

$$\frac{dF}{dS} = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2}{\epsilon_0} = \frac{1}{2}\epsilon_0^2\frac{E^2}{\epsilon_0} = \frac{1}{2}\epsilon_0\frac{V^2}{d^2}$$

quindi:

$$F = \frac{1}{2}\epsilon_0\frac{V^2}{d^2}S$$

Per l'equilibrio deve essere:

$$\frac{1}{2}\epsilon_0\frac{V^2}{d^2}S = mg$$

da cui:

$$V^2 = mg2d^2\frac{1}{\epsilon_0 S} = \frac{1.6\cdot 10^{-3}\cdot 9.8\cdot 2\cdot 25\cdot 10^{-6}}{8.854\cdot 10^{-12}\cdot 628\cdot 10^{-4}} = 1.41\cdot 10^6\,(Volt)^2$$

Ne segue:

$$V = \underline{\underline{1187.4\,Volt}}$$

92-4) Esercizio n. 4 del 18/1/1992

Le armature di un condensatore piano vuoto hanno una distanza di separazione che varia attorno al valore medio con legge: $d = 0.001 + 0.0001\sin(2\pi \cdot 400)t$ metri. Se l'area della superficie di ciascuna armatura è $A = 0.01\, m^2$ e se ai capi del condensatore è applicata una differenza di potenziale costante $V = 1000\, Volt$, calcolare il valore massimo della corrente che fluisce dalla batteria.

Dobbiamo calcolare la corrente di spostamento; In modulo, si ha:

$$J = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \qquad I = JS$$

$$E = \frac{V_0}{d} = \frac{V_0}{c_1 + c_2 \sin\omega t}$$

$$c_1 = 0.001\ ;\quad c_2 = 0.0001\ ;\quad \omega = 2\pi \cdot 400$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{-\omega c_2 V_0 \cos\omega t}{(c_1 + c_2\sin\omega t)^2} = -\omega c_2 V_0 f(x)$$

Dobbiamo massimizzare la funzione $f(x)$:

$$f(x) = \frac{\cos x}{(c_1 + c_2 \sin x)^2} = \frac{\cos x}{c_1^2\left(1 + \dfrac{c_2}{c_1}\sin x\right)^2} = \frac{\cos x}{c_1^2(1+\alpha\sin x)^2}$$

$$g(x) = \frac{\cos x}{(1+\alpha\sin x)^2}$$

$$g'(x) = \frac{-\sin x(1+\alpha\sin x)^2 - 2(1+\alpha\sin x)\alpha\cos^2 x}{(1+\alpha\sin x)^4}$$

Tale derivata si annulla per

$$\begin{cases} 1+\alpha\sin x = 0 \\ \\ -\sin x(1+\alpha\sin x) - 2\alpha(1-\sin^2 x) = 0 \end{cases}$$

cioè

$$\begin{cases} 1+\alpha\sin x = 0 & (1) \\ \\ -\sin x - \alpha\sin^2 x - 2\alpha + 2\alpha\sin^2 x = 0 & (2) \end{cases}$$

Dalla (1) $\sin x = -\dfrac{1}{\alpha}$ per $\alpha = 10^{-1}$ da scartare; dalla (2) segue invece

$$\alpha \sin^2 x - \sin x - 2\alpha = 0 \Longrightarrow \sin^2 x - \frac{1}{\alpha}\sin x - 2 = 0$$

$$sinx = \frac{\dfrac{1}{\alpha} \pm \sqrt{\dfrac{1}{\alpha^2} + 8}}{2}$$

Per $\alpha = \dfrac{10^{-4}}{10^{-3}} = 10^{-1}$ segue:

$$\sin x = \begin{cases} 10.19 & \text{da scartare} \\ -0.196 \Longrightarrow x = -0.197 \Longrightarrow \cos x = 0.98 & \end{cases}$$

Sostituendo si ha:

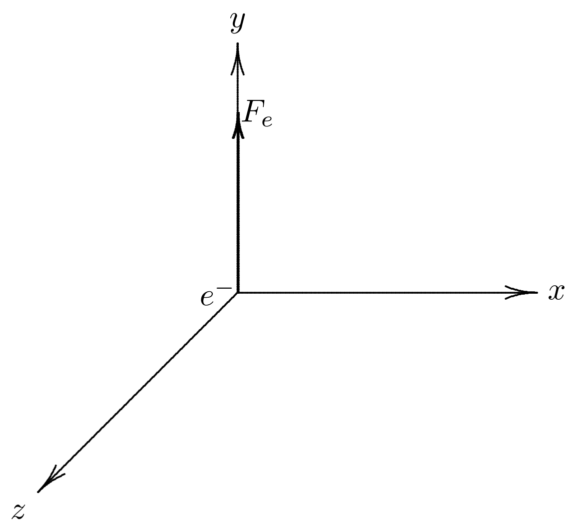
$$\Big[f(x)\Big]_{Max} = \frac{10^6 \cdot 0.98}{\Big[1 + 0.1(-0.196)\Big]^2} = 1019575.687$$

In definitiva

$$\left| \left[\frac{\partial D}{\partial t}\right]_{Max} \right| = \epsilon_0 \omega c_2 V_0 \cdot 1019575.687 \cdot S \simeq \underline{\underline{22.65\, \mu A}}$$

92-5) Esercizio n. 1 del 1/2/1992

Un elettrone con una energia cinetica di $10\,Kev$ $(1.6 \cdot 10^{-15}\,J)$, muovendosi orizzontalmente, penetra in una regione dello spazio nella quale esiste un campo elettrico diretto verso il basso il cui modulo è $100\,V/cm$. Calcolare il modulo, la direzione e il verso del "minimo" campo magnetico che permetterebbe all'elettrone di continuare a muoversi orizzontalmente.



Sia

$$\vec{v} = v_0\hat{x}$$

$$\vec{E} = -E_0\hat{y}$$

L'elettrone è sottoposto ad una forza elettrica

$$\vec{F}_e = eE_0\hat{y}$$

Perchè l'elettrone continui a muoversi orizzontalmente occorre creare un campo magnetico tale che la forza di Lorentz sia diretta verso il basso, cioè deve risultare:

$$F_{Lx} = 0\ ; \quad F_{Ly} = -|F_m|\hat{y}\ ; \quad F_{Lz} = 0$$

$$\vec{F} = -e\vec{v} \times \vec{B} \qquad v \equiv (v_x, 0, 0)$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ v_x & 0 & 0 \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \qquad \begin{array}{l} F_x = 0 \\ F_y = +ev_xB_z \\ F_z = -ev_xB_y \end{array}$$

Ne segue quindi che certamente B_y deve essere sempre nullo, **quindi il campo magnetico deve giacere nel piano** xz (orizzontale).

Siccome B_x non interviene nella forza possiamo assumerlo zero e quindi calcolare solo la componente B_z che sarà **il minimo campo**.

$$B_z = -B_0\hat{z} \Longrightarrow \vec{F}_L = -ev_xB_0\hat{y}$$

Per calcolare il valore di B_0 si ha:

$$eE_0\hat{y} = ev_xB_0\hat{y} \Longrightarrow B_0 = \frac{E_0}{v_x}$$

ed anche

$$\frac{1}{2}mv^2 = 1.6 \cdot 10^{-15} \Longrightarrow v^2 = 2\frac{1.6 \cdot 10^{-15}}{0.911 \cdot 10^{-30}} \Longrightarrow v = 5.92 \cdot 10^7\, m/s$$

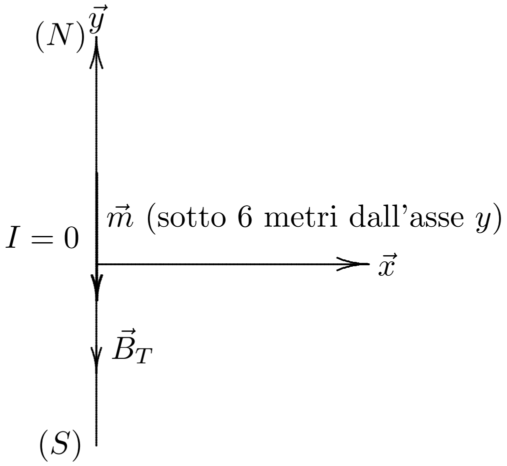
che è una velocità non relativistica. In definitiva si ha:

$$B_0 = \frac{10^4}{5.92 \cdot 10^7} = 1.69 \cdot 10^{-4}\, Wb/m^2 = \underline{\underline{1.69\, Gauss}}$$

92-6) Esercizio n. 2 del 1/2/1992

Una linea elettrica di potenza percorsa da una corrente stazionaria di 100 A è orientata secondo il meridiano magnetico. Una bussola è posta sotto la linea ad una distanza di 6 m da essa. Se la componente orizzontale del campo magnetico terrestre in quel luogo è 0.2 *gauss*, calcolare l'angolo di cui viene deviato l'ago della bussola ed il verso della deviazione se la corrente scorre nella direzione S-N.

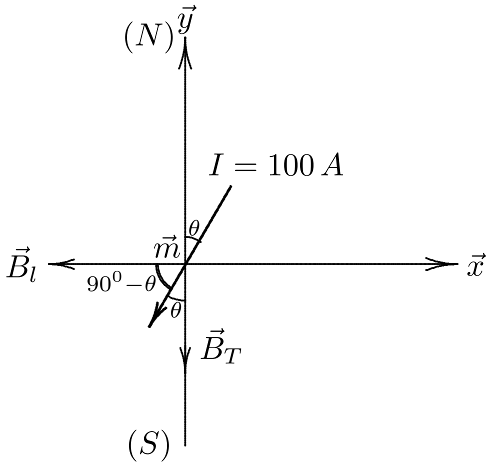
L'ago della bussola si orienterà, <u>in assenza di corrente nella linea</u>, secondo la direzione $N - S$ cioè col momento magnetico diretto verso S cioè verso la componente orizzontale del campo magnetico terrestre B_T



Supponiamo che la corrente nella linea scorra verso la direzione Nord. Si genererà un campo magnetico che, per la regola della mano destra, sarà:

$$\vec{B}_l = -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{a}\hat{x}$$

Per effetto di questa corrente il magnete tenderà a ruotare in verso antiorario:



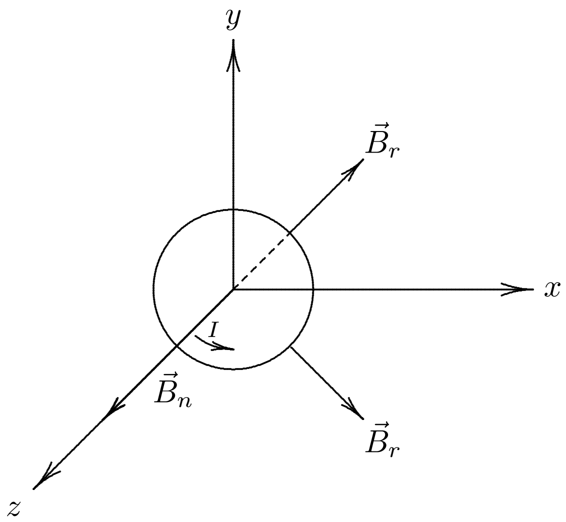
Per contro il campo magnetico terrestre tenderà, come è ovvio a riportarlo nella direzione originale. L'aghetto, quindi, si stabilizzerà in una certa posizione di equilibrio. Sia θ l'angolo rispetto alla direzione $S - N$.

$$|\tau_l| = |\tau_T| \Longrightarrow mB_l \cos\theta = mB_T \sin\theta$$

$$\tan\theta = \frac{B_l}{B_T} = \frac{\dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{I}{a}}{0.2 \cdot 10^{-4}} = 0.1\bar{6} \Longrightarrow \theta = \arctan 0.1\bar{6} = \underline{\underline{9^0, 46}}$$

92-7) Esercizio n. 3 del 1/2/1992

Un anello metallico di raggio $a = 4\,cm$ è posto in un campo magnetico disuniforme le cui linee di forza nei punti dell'anello formano un angolo di 10^0 con la normale al piano dell'anello. Il modulo del campo magnetico sui detti punti è $B = 100\,gauss$ e la corrente che circola nell'anello è $I = 5\,A$. Calcolare la forza alla quale è sottoposto l'anello.



Scomponiamo B in B_n e B_r come in figura. La forza competente a B_n è nulla perchè il campo è costante in ogni punto. La forza competente a B_r con quel verso di I è diretta verso l'asse z negativo; il modulo è:

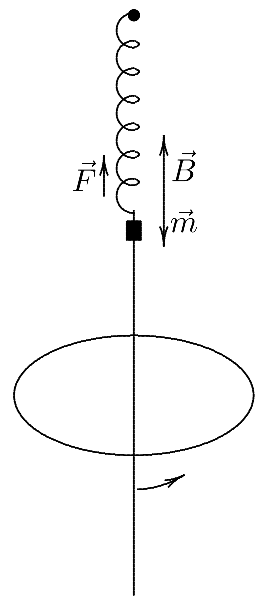
$$|dF| = I\,dl\,B$$

$$F = ILB\sin 10^0 = I2\pi aB\sin 10^0 =$$

$$= 5 \cdot 2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 100 \cdot 10^{-4} \sin 10^0 = \underline{\underline{2 \cdot 10^{-3}\,N}}$$

92-8) Esercizio n. 4 del 1/2/1992

Un piccolo campione di sostanza diamagnetica ($\chi_m = -1.76 \cdot 10^{-4}$) di volume $v = 6 \cdot 10^{-3}\, cm^3$ è sospeso verticalmente per mezzo di una molla di costante elastica $k = 150\, dyne/cm$. (La molla è distanziata dal campione da un filo di seta sufficientemente lungo). Il campione si trova a $5\, cm$ di distanza al di sopra di una spira percorsa da una corrente di $5\, A$ e di raggio $a = 5\, cm$. Calcolare la variazione di lunghezza della molla.



Si ha:

$$\vec{F} = \vec{\nabla}\left(\vec{m} \cdot \vec{B}\right)$$

$$B(z) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{2\pi a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\vec{m} = \vec{M} v = |\chi_m| H v \hat{z}$$

$$H = \frac{1}{2} I \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}}$$

Segue:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}\left(|m|\mu|H|\right) = -\vec{\nabla}\left(v|\chi_m|\mu H^2\right) =$$
$$= \left(-v|\chi_m|\mu \frac{\partial}{\partial z} H^2\right)\hat{z} = -v\chi_m \mu 2H \frac{\partial H}{\partial z}\hat{z}$$

La derivata parziale di H rispetto a z è pari a:

$$\frac{\partial H}{\partial z} = -\frac{3}{2} I a^2 \frac{z}{\left(a^2+z^2\right)^{5/2}}$$

Segue

$$F = v|\chi_m|\mu 2 \frac{1}{2} \frac{Ia^2}{\left(a^2+z^2\right)^{3/2}} \frac{3}{2} I a^2 \frac{z}{\left(a^2+z^2\right)^{5/2}} =$$

$$= \frac{3v|\chi_m|\mu I^2 a^4 z}{2\left(a^2+z^2\right)^4}$$

La condizione per cui la molla tende ad accorciarsi è:

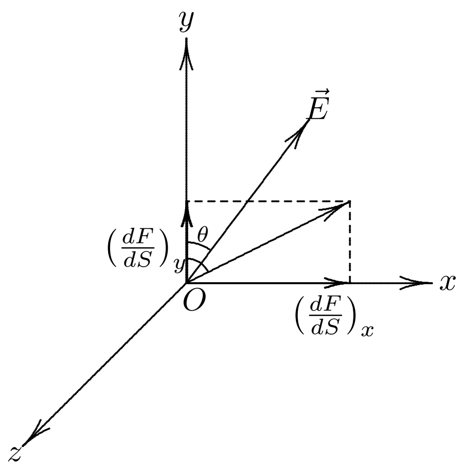
$$\frac{3v|\chi_m|\mu I^2 a^4 z}{2\left(a^2+z^2\right)^4} = k\Delta z$$

Poichè $\Delta z \ll 1$ per z lasciamo $z = 5\,cm$, mentre $k = 150\,dyne/cm = 150 \cdot 10^{-3}\,N/m$; $\mu \simeq \mu_0$. In definitiva si ha:

$$\Delta z = \frac{3v|\chi_m|\mu_0 I^2 a^4 z}{2\left(a^2+z^2\right)^4 k} = \underline{\underline{1.65 \cdot 10^{-13}\,m}}$$

92-9) Esercizio n. 1 del 20/6/1992

Un piano xz di un sistema di riferimento $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}$ sia una superficie non conduttrice. In ciascun punto di essa agisce un campo elettrico uniforme $\vec{E}$ che giace nei piani paralleli al piano xy e forma un angolo θ con la direzione dell'asse y. Applicando il tensore degli sforzi di Maxwell calcolare, per unità di area, le componenti, lungo le direzioni dei tre assi, della forza che agisce sulla superficie. Si calcoli, altrsì, il modulo di tale forza e l'angolo che essa forma con la direzione dell'asse y. Si commentino i risultati ottenuti discutendo i seguenti casi particolari: a) $\vec{E} = E\hat{y}$; b) $\vec{E} = E\hat{x}$; c) $\vec{E} = -E\hat{y}$; d) $\vec{E} = -E\hat{x}$, individuando in quali casi la forza è di tensione ed in quali di pressione.



Si ha:

$$E_x = E\sin\theta\ ; \quad E_y = E\cos\theta\ ; \quad E_z = 0$$
$$\hat{n} = \hat{y}\ ; \quad \hat{n}_x = \hat{n}_z = 0$$

Applicando il tensore degli sforzi si ha:

$$\left(\frac{d\vec{F}}{dS}\right)_x = \epsilon_0 E^2 \sin\theta\cos\theta\hat{x} = \epsilon_0\frac{E^2}{2}\sin 2\theta\hat{x}$$

$$\left(\frac{d\vec{F}}{dS}\right)_y = \epsilon_0\left(E^2\cos^2\theta - \frac{E^2}{2}\right)\hat{y} = \epsilon_0 E^2\left(\cos^2\theta - \frac{1}{2}\right)\hat{y} =$$
$$= \epsilon_0 E^2\frac{1}{2}\cos 2\theta\hat{y}$$

$$\left(\frac{d\vec{F}}{dS}\right)_z = 0$$

Il modulo di tale forza è:

$$\left|\frac{d\vec{F}}{dS}\right| = \epsilon_0 \frac{E^2}{2}(\sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta) = \epsilon_0 \frac{E^2}{2}$$

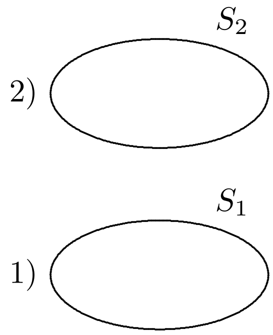
Per quanto riguarda l'angolo formato con l'asse y si ha:

$$\cot\alpha = \frac{\left(\dfrac{d\vec{F}}{dS}\right)_y}{\left(\dfrac{d\vec{F}}{dS}\right)_x} = \frac{\cos 2\theta}{\sin 2\theta} = \cot 2\theta \Longrightarrow \alpha = \underline{\underline{2\theta}}$$

$$\begin{cases} \theta = 0 \ \alpha = 0 & \text{forza di tensione} \\ \theta = \dfrac{\pi}{2} \ \alpha = \pi & \text{forza di pressione} \\ \theta = \pi \ \alpha = 2\pi & \text{forza di tensione} \\ \theta = \dfrac{3}{2}\pi \ \alpha = 3\pi & \text{forza di pressione} \end{cases}$$

92-10) Esercizio n. 2 del 20/6/1992

Due spire circolari coassiali hanno i loro centri distanti z sull'asse comune. Se r_1 ed r_2 sono i rispettivi raggi e $r_1 \ll z$, $r_2 \ll z$, calcolare il coefficiente di mutua induzione.



Si ha:

$$M_{12} = M_{21} = \frac{\Phi_{12}}{I_1}$$

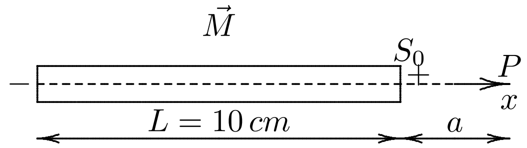
per $r_1 \ll z$ e $r_2 \ll z$ segue

$$\Phi_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 \frac{2\pi r_1^2}{z^3} \pi r_2^2$$

$$M_{12} = \frac{\mu_0}{2} \pi \frac{r_1^2 r_2^2}{z^3}$$

92-11) Esercizio n. 3 del 20/6/1992

Una sottilissima barra magnetica cilindrica, uniformemente magnetizzata lungo l'asse, è lunga $10\,cm$ ed ha il diametro di $3\,mm$. Se il modulo del vettore magnetizzazione $\vec{M}$ è $M = 80000\,A/m$, calcolare il vettore induzione magnetica in un punto situato sull'asse ad una distanza di $5\,cm$ dal polo "positivo", in approssimazione di "polo puntiforme".



Nei punti esterni il campo è dato da:

$$\vec{B}(\vec{r}) = -\mu_0 \vec{\nabla} U^*(\vec{r})$$

dove

$$U^*(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi}\int_{S_0} \frac{\vec{M}\cdot\hat{n}\,da'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

con $S_0 = \pi\dfrac{d^2}{4}$. In approssimazione puntiforme si ha:

$$U^*(x) = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{MS_0}{x-L} - \frac{MS_0}{x}\right) \qquad x > L$$

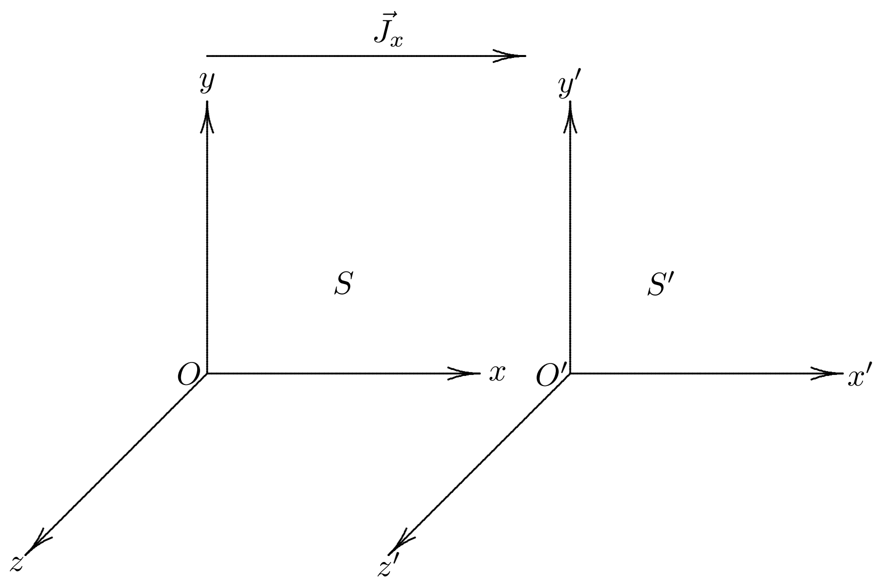
$$\nabla U^*(x) = \frac{1}{4\pi}\left[-\frac{MS_0}{(x-L)^2} + \frac{MS_0}{x^2}\right]$$

$$\begin{aligned} B(L+a) &= -\frac{\mu_0}{4\pi}\left[-\frac{MS_0}{a^2} + \frac{MS_0}{(L+a)^2}\right] = -10^{-7} M S_0 \left[\frac{1}{(L+a)^2} - \frac{1}{a^2}\right] = \\ &= -10^{-7}\cdot 80000\pi \frac{(3\cdot 10^{-3})^2}{4}\left[\frac{1}{(15\cdot 10^{-2})^2} - \frac{1}{(5\cdot 10^{-2})^2}\right] = 2\cdot 10^{-5}\,Wb/m^2 = \\ &= \underline{\underline{0.2\,Gauss}} \end{aligned}$$

lungo l'asse x positivo.

92-12) Esercizio n. 4 del 20/6/1992

Un lungo filo sottile neutro trasporta una corrente I. Calcolare la densità di carica, la corrente, il campo elettrico e il campo magnetico rivelati da un osservatore che si muove con velocità v parallela al filo.



In S $\rho = 0$ e $J_x \neq 0$, inoltre

$$E_x = E_y = E_z = 0 \; ; \quad B_x = 0 \; , \; B_y = 0 \; , \; B_z = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{y}$$

Le formule di trasformazione sono:

$$E'_x = E_x \qquad B'_x = B_x \qquad J'_x = \rho' u'_x = \gamma(J_x - v\rho)$$

$$E'_y = \gamma[E_y - vB_z] \qquad B'_y = \gamma\left[B_y - \frac{v}{c^2}E_z\right] \qquad J'_y = J_x \; , \; J'_z = J_z$$

$$E'_z = \gamma[E_z + vB_y] \qquad B'_z = \gamma\left[B_z - \frac{v}{c^2}E_y\right] \qquad \rho' = \gamma\left(\rho - \frac{vJ_x}{c^2}\right)$$

Per le condizioni sopra dette su S segue:

$$E'_x = 0 \qquad B'_x = 0 \qquad \rho' = -\gamma \frac{v}{c^2} J_x$$

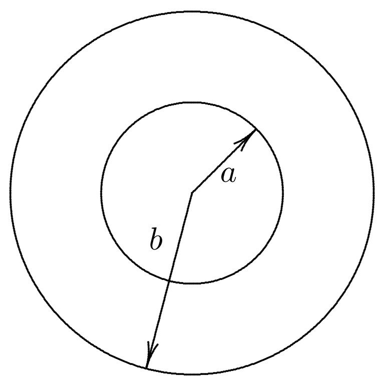
$$E'_y = \gamma \left(v \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{y} \right) \qquad B'_y = 0 \qquad J'_x = \gamma J_x$$

$$E'_z = 0 \qquad B'_z = \gamma B_z$$

92-13) Esercizio n. 1 del 10/12/1992

Un filo di tungsteno avente il diametro di $0.05\,mm$ è situato coassialmente ad un cilindro conduttore avente il diametro di $2\,cm$. Fra il cilindro ed il filo, entrambi infinitamente lunghi, è applicata una differenza di potenziale di $100\,Volt$. Calcolare il valore del modulo del campo elettrico sulla superficie del filo.

$$2a = 0.05\,mm = 5\cdot 10^{-5}\,m$$
$$2b = 2\,cm = 2\cdot 10^{-2}\,m$$



Il potenziale dipende solo da r. L'equazione di Laplace in coordinate cilindriche (solo r) è:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\Phi}{\partial\rho}\right) = 0 \Longrightarrow \frac{\partial\Phi}{\partial\rho} = \frac{cost}{\rho}$$

Segue

$$\Phi = cost\ln\rho + C\ ; \quad \Phi_A - \Phi_B = cost(\ln a - \ln b)$$

Se $\Phi_A > \Phi_B$ la *cost* è negativa, mentre se $\Phi_A < \Phi_B$ la costante è positiva, cioè:

$$cost = \frac{\Phi_A - \Phi_B}{\ln\dfrac{a}{b}}$$

Nel nostro caso non è specificato e quindi poniamo

$$\Phi_A - \Phi_B = V = 100\,V$$

Per cui

$$\Phi = \frac{V}{\ln \frac{a}{b}} \ln \rho + C$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi = -\frac{\partial \Phi}{\partial \rho}\hat{e}_\rho = -\frac{V}{\ln \frac{a}{b}}\frac{1}{\rho}\hat{e}_\rho$$

Poichè $\ln \frac{a}{b}$ è negativo il campo è diretto radialmente verso l'esterno (positivo) cioè vero il potenziale più basso. Per $\rho = a$

$$|E| = \frac{100}{\left|\ln\left(\frac{5}{2}10^{-3}\right)\right|}\frac{2}{5 \cdot 10^{-5}} = \frac{200}{5.99}\frac{10^5}{5} = \underline{\underline{6677\, V/cm}}$$

92-14) Esercizio n. 2 del 10/12/1992

Sia $\vec{E}$ il campo elettrico uniforme in un mezzo dielettrico, infinitamente esteso, di costante dielettrica ϵ. Calcolare il campo elettrico in una cavità interna al dielettrico avente la forma di una sfera. (Suggerimento: si consideri il campo elettrico interno ad una sfera uniformemente polarizzata immersa in un dielettrico e si applichi il principio di sovrapposizione).

Si stacchi dal dielettrico una sfera. Essa avrà il vettore $\vec{P}$ orientato come il campo.

Si consideri, a parte, il campo generato da una sfera polarizzata $\vec{P}$, nei punti interni, immersa però in un dielettrico di costante dielettrica $\epsilon_{=}\epsilon_0\epsilon_r$. Si trova, modificando opportunamente le formule (vedi Appunti):

$$\vec{E}_{int} = -\frac{\vec{P}}{\epsilon_0(2\epsilon_r + 1)}$$

Il campo nella cavità sferica è quindi uguale al campo nel dielettrico meno il campo di una sfera isolata polarizzata P e immersa nello stesso dielettrico.

$$\vec{E}_{cav} = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{\epsilon_0(2\epsilon_r + 1)}$$

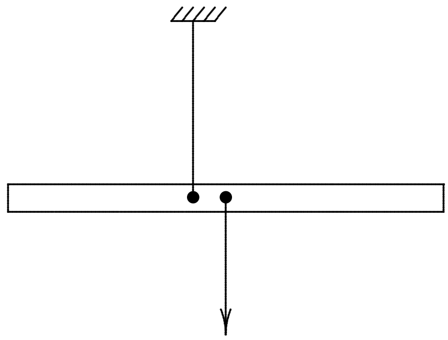
Poichè

$$\vec{P} = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)\vec{E} \Longrightarrow \vec{E}_{cav} = \frac{3\epsilon_r\vec{E}}{2\epsilon_r + 1}$$

92-15) Esercizio n. 3 del 10/12/1992

Un sottile ago magnetico di massa $m = 5\,g$ e di momento magnetico $m_m = 5 \cdot 10^{-2}\,A \cdot m^2$ uniforme ed orientato secondo la lunghezza è sospeso orizzontalmente, per mezzo di un sottile filo di seta verticale fisso ad un estremo, nel campo magnetico terrestre. L'altro estremo del filo è legato nel baricentro dell'ago. L'aghetto si orienta, quindi, nella direzione della componente orizzontale del campo magnetico terrestre.

La componente verticale del campo magnetico terrestre tende a spostare l'ago dalla sua posizione orizzontale. Calcolare di quanto debba essere spostato dalla posizione baricentrale l'estremità del filo perchè il magnetino mantenga la posizione orizzontale se la componente verticale del campo magnetico terrestre è $B_v = 0.4\,Gauss$.



Siano

$$m_m = 5 \cdot 10^{-2} Am^2 \;; \quad P = mg \;; \quad B = 0.5\,gauss$$

Sia O il nuovo punto di equilibrio e sia x la distanza dal baricentro. Per l'equilibrio si ha:

$$Px = m_m B$$

$$x = \frac{m_m B}{P} = 4 \cdot 10^{-5}\,m = \underline{\underline{0.04\,mm}}$$

92-16) Esercizio n. 4 del 10/12/1992

Si considerino i seguenti dati relativi alla molecola di anidride carbonica CO_2: a) momento di dipolo elettrico permanente: $p_m = 4 \cdot 10^{-31}\, C \cdot m$; b) polarizzabilità molecolare indotta: $\alpha_0 = 2.22 \cdot 10^{-40}\, C^2 m/N$; c) peso molecolare: $M = 28$.

Si calcoli la costante dielettrica relativa del gas alla temperatura di $0^0 C$, sapendo che la densità corrispondente è $\delta = 1.250\, g/litro$.

Si ha:

$$\alpha_0 = 2.22 \cdot 10^{-90}\, C^2 m/N \; ; \quad p_m = 4 \cdot 10^{-31}\, C \cdot m \; ; \quad k = 1.38 \cdot 10^{-23}\, JK^{-1}$$
$$T = 273\, K \; ; \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}\, F/m \; ; \quad \delta = 1.250\, g/litro$$

Calcoliamo α:

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{p_m^2}{3KT} = 2.36 \cdot 10^{-40}\, C^2 m/N$$

Del resto

$$\epsilon_r - 1 = \frac{N \dfrac{\alpha}{\epsilon_0}}{1 - \dfrac{N\alpha}{3\epsilon_0}}$$

Calcolo di N:

$$N_A : 28 = N : \delta \Longrightarrow N = 2.678 \cdot 10^{22}\, \frac{atomi}{dm^3} = 2.678 \cdot 10^{25}\, \frac{atomi}{m^3}$$

Inoltre

$$\frac{N\alpha}{\epsilon_0} = 7.14 \cdot 10^{-4} \ll 1 \Longrightarrow \epsilon_r - 1 = 7.1432 \cdot 10^{-4}$$

Per cui

$$\epsilon_r = 1.000714 \qquad \text{per} \quad T = 273K$$
$$\epsilon_r = 1.000016 \qquad \text{per} \quad T = 300K$$

Fine Esercizi Fisica II - 1992