

Cap. 5

Antenne ad elica

5.1 - Descrizione qualitativa

Un importante radiatore non rettilineo è l'antenna ad elica, consistente di un conduttore avvolto a forma di filettatura di vite e di un piatto metallico utilizzato come suolo. Essa è generalmente alimentata da una linea di trasmissione coassiale, con il conduttore centrale della linea connesso all'elica e il conduttore esterno connesso al piatto metallico come mostrato in figura 5.1-1a. La geometria dell'elica è descritta dal suo diametro D , dalla distanza S fra le spire e dal numero N di spire. La lunghezza assiale totale è NS e la circonferenza è $C = \pi D$.

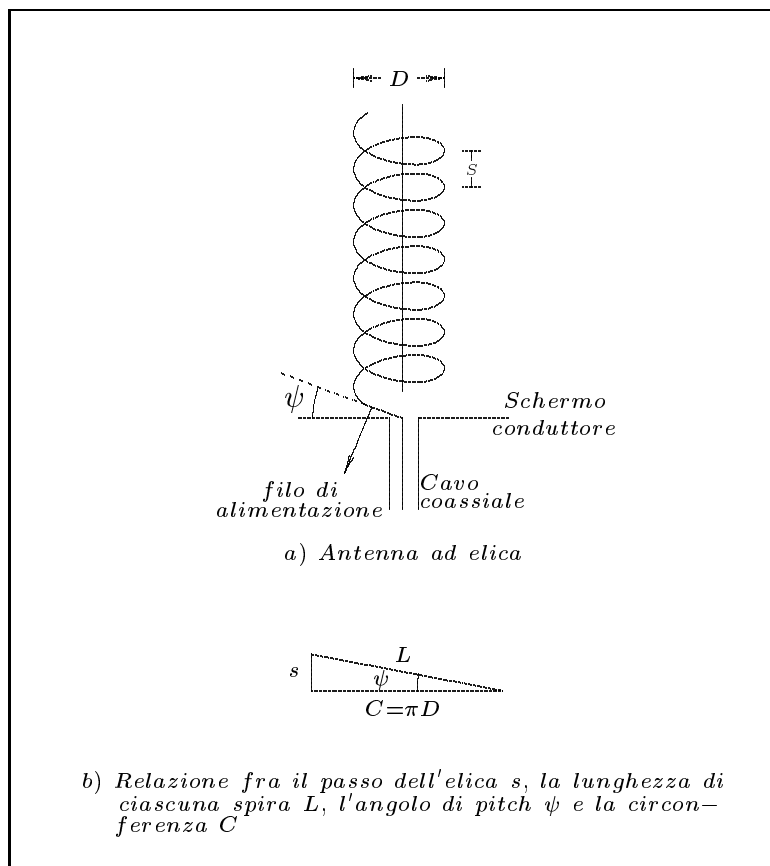


fig.5.1-1

L'angolo ψ è l'angolo che una linea tangente al filo dell'elica forma con il piano perpendicolare all'asse.

Se una spira dell'elica è srotolata su un piano la relazione fra S , C , ψ e la lunghezza del filo per spira L è illustrata dalla figura 5.1-1b. Si ha, cioè:

$$\sin \psi = \frac{S}{L} \tag{5.1.1}$$

$$\tan \psi = \frac{S}{\pi D} = \frac{S}{C} \quad (5.1.2)$$

$$L = (S^2 + C^2)^{\frac{1}{2}} = (S^2 + \pi^2 D^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5.1.3)$$

È importante notare che, quando la distanza S è zero, $\psi = 0$ e l'elica diventa una spira. D'altro lato, quando il diametro è zero, $\psi = 90^\circ$ e l'elica diventa un conduttore rettilineo. Il problema teorico di determinare la distribuzione di corrente lungo l'elica è estremamente complicato. Esso può risolversi numericamente. Tuttavia esistono dati sperimentali sulla distribuzione di corrente (**Kraus**).

Quando le dimensioni dell'elica sono molto piccole rispetto alla lunghezza d'onda il massimo di radiazione è sul piano perpendicolare all'asse dell'elica come illustrato in figura 5.1-2a. Questo modo di radiazione prende il nome di "modo normale".

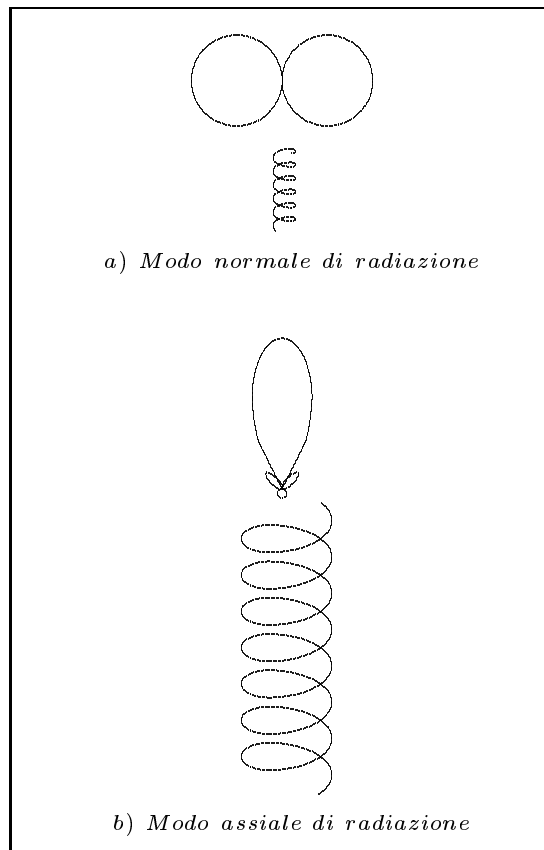


fig.5.1-2

La polarizzazione è in generale ellittica ed è la stessa in tutte le direzioni. Essa può diventare circolarmente polarizzata scegliendo in modo appropriato le dimensioni.

Tuttavia, le piccole dimensioni dell'antenna comportano bassa efficienza e piccola larghezza di banda.

Quando il diametro D e il passo S sono frazioni apprezzabili di una lunghezza d'onda, si ottengono diagrammi di radiazione completamente diversi. L'intensità massima è nella direzione dell'asse, nella forma di un fascio direzionale con lobi secondari come illustrato in figura 5.1-2b. La radiazione nel lobo principale è circolarmente polarizzata. Il verso della

polarizzazione è determinato dal verso dell'avvolgimento dell'elica, cioè un avvolgimento sinistrorso dell'elica produce un'onda circolarmente polarizzata sinistra e viceversa. Questo modo di radiazione è chiamato "modo assiale". È in questo modo di radiazione che operano la maggior parte delle antenne ad elica. In generale si è trovato che si produce il modo assiale quando C e ψ si trovano nell'intervallo:

$$\frac{3}{4} < \frac{C}{\lambda} < \frac{4}{3} \quad \text{e} \quad 12^{\circ} < \psi < 15^{\circ} \quad (5.1.4)$$

Il rapporto fra le frequenze più alte e più basse del modo assiale è:

$$\frac{f_u}{f_L} = \frac{16}{9} = 1.78 \quad (5.1.5)$$

In letteratura si trovano le seguenti formule empiriche per antenne ad elica con $N > 3$ operanti nel modo assiale:

- Larghezza del fascio a metà potenza:

$$HPBW = \frac{K_B}{C} \sqrt{\frac{\lambda^3}{NS}} \quad (\text{gradi}), \quad K_B = 52 \quad (5.1.6)$$

- Guadagno (Direttività):

$$G = \frac{K_G N S C^2}{\lambda^3} \quad K_G = 15 \quad (5.1.7)$$

- Impedenza d'ingresso nel caso di alimentazione con cavo:

$$Z_{in} = 140 \frac{C}{\lambda} \quad \text{Ohm (puramente resistiva)} \quad (5.1.8)$$

Per $N = 10$, $\psi = 12^{\circ}, 5$, $D = 4.3$ inch (~ 11 cm) e $C/\lambda = 1.1$ ($f = 962$ MHz) le formule conducono ai seguenti risultati:

$$HPBW = 30^{\circ}, 3; \quad G = 43.9; \quad Z_{in} = 154 \text{ (Ohm)}$$

Le suddette formule sono state ricavate da **Kraus** alla fine degli anni quaranta da misure sperimentali.

Esse non sono mai state derivate teoricamente.

Esistono anche discordanze fra dati sperimentali.

Quando la circonferenza è molto grande rispetto alla lunghezza d'onda il diagramma di radiazione presenta molti lobi.

5.2 - Distribuzione di corrente e velocità di fase.

Come nel caso di antenne rettilinee e spire, lo studio della distribuzione di corrente lungo l'elica può essere risolto come problema di condizioni al contorno. Questo, tuttavia, è

un problema molto complicato e non è stato risolto completamente, sebbene alcuni risultati numerici per i modi assiali sono stati pubblicati dal 1979 in poi.

Tuttavia, dati sperimentali sulle distribuzioni di corrente nell'antenna ad elica sono disponibili dal 1950 (Kraus). È stato trovato che quando la circonferenza è più piccola di $\frac{2}{3}\lambda$, la distribuzione di corrente è praticamente sinusoidale come quella relativa ad una antenna rettilinea. Questo può essere interpretato come causa della sovrapposizione di due onde viaggianti in verso opposto di ampiezza uguale che generano una onda stazionaria.

Quando la circonferenza dell'elica è dell'ordine di una lunghezza d'onda, la distribuzione spaziale della corrente può essere divisa in due regioni. Nella regione d'ingresso l'ampiezza decade lentamente fino ad un minimo in circa due spire; la lunghezza di tale regione è indipendente da N . Nella seconda regione, l'ampiezza della corrente è relativamente uniforme ed è ben approssimata da una singola onda viaggiante.

In generale la variazione nella regione d'ingresso può essere trascurata e la corrente può essere considerata come una singola onda viaggiante di ampiezza costante.

La velocità di fase v dell'onda di corrente propagantesi lungo il conduttore dell'elica non è la stessa della velocità della luce nel libero spazio. Essa dipende dalla frequenza in modo complicato. Risultati di misure sulla velocità di fase relativa $p = \frac{v}{c}$ possono essere riassunti come segue. Per $C < 0.6\lambda$ p è approssimativamente 1 mentre per $C > 1.33\lambda$ è approssimativamente 0.9. Nel range $0.75\lambda < C < 1.1\lambda$ p aumenta quasi linearmente con la frequenza ed è ben approssimato dalla formula:

$$p = \frac{1}{\sin \psi + \frac{[(2N + 1)/2N](\lambda \cos \psi)}{C}} \quad (5.2.1)$$

Nel range $1.1\lambda < C < 1.33\lambda$ p non aumenta linearmente con la frequenza secondo la (5.2.1). In figura 5.2-1 è rappresentato il grafico p versus C/λ .

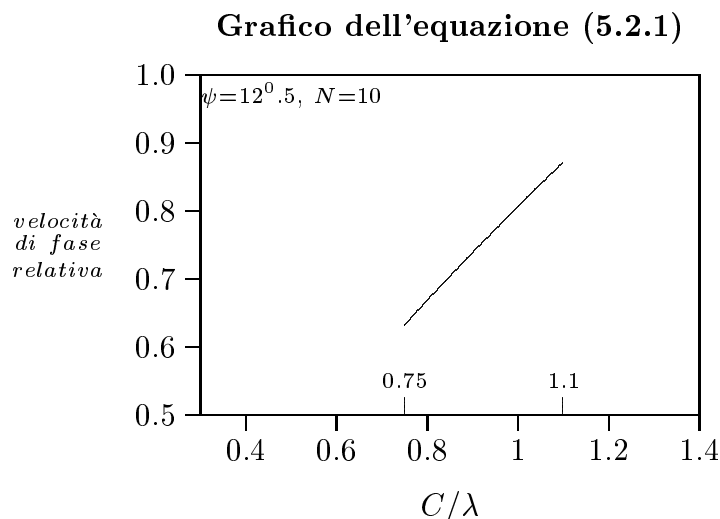


fig.5.2-1

5.3 - Teoria del modo normale

Consideriamo un'elica di dimensioni piccole rispetto alla lunghezza d'onda ($D \ll \lambda$, $NL \ll \lambda$). La corrente può allora essere assunta uniforme sia in ampiezza che in fase sull'intera lunghezza dell'elica. Il calcolo del far field è facilitato considerando l'elica come costituita da un numero di piccole spire piane parallele al piano $z = 0$ connesse da corti dipoli paralleli all'asse z come mostrato in figura 5.3-1.

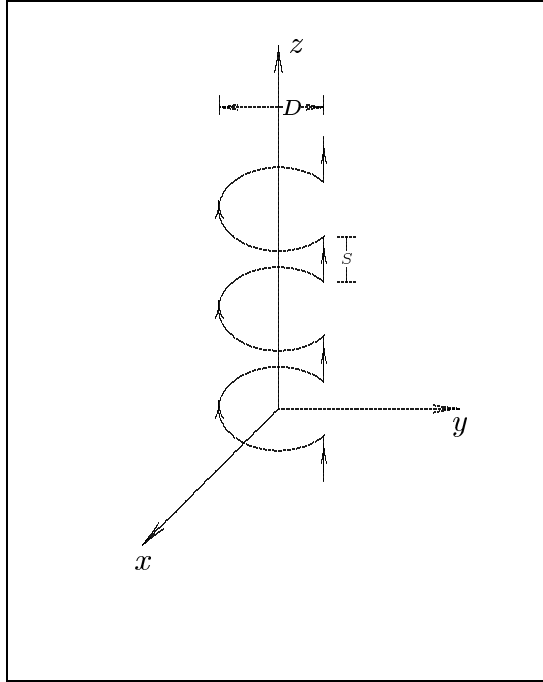


fig.5.3-1

Il diametro delle spire è lo stesso del diametro dell'elica e la lunghezza dei dipoli è la stessa del passo dell'elica.

Poichè l'elica è piccola, il diagramma di radiazione è indipendente dal numero delle spire ed è sufficiente per calcolare il campo **considerare** il contributo dovuto ad una singola spira ed un dipolo (corto). Ricordando il campo irradiato da una piccola spira (vedi Appunti di Campi Elettromagnetici) si ha:

$$\vec{E}(\vec{r}) = iZkI \sin \theta \frac{\exp(-ikr)}{4\pi r} \left(S\hat{e}_\theta - i\frac{\pi^2 D^2}{2\lambda} \hat{e}_\phi \right) \quad (5.3.1)$$

Si vede subito che le componenti lungo \hat{e}_θ ed \hat{e}_ϕ sono in quadratura di fase. La polarizzazione è dunque ellittica.

Si definisce rapporto assiale AR la quantità:

$$AR = \frac{|E_\theta|}{|E_\phi|} = \frac{2S\lambda}{\pi^2 D^2} \quad (5.3.2)$$

Si osservi che la polarizzazione è la stessa in tutte le direzioni tranne lungo l'asse z in cui il campo è nullo.

Se il diametro D e il passo S sono tali che:

$$\pi D = \sqrt{2S\lambda} \quad (5.3.3)$$

il rapporto assiale è 1 e la polarizzazione risulta circolare.

Per la (5.1.1) e la (5.1.3) si ha:

$$\sin \psi = \frac{S}{L}, \text{ e } L = \sqrt{S^2 + \pi^2 D^2}$$

che per la (5.3.3), si scrive:

$$L^2 = S^2 + 2S\lambda \implies S^2 + 2S\lambda - L^2 = 0$$

Da cui: $S = -\lambda + \sqrt{\lambda^2 + L^2} = \lambda \left(-1 + \sqrt{1 + L^2/\lambda^2} \right)$

Ne segue:

$$\sin \psi = \frac{-1 + \sqrt{1 + L^2/\lambda^2}}{L/\lambda} \quad (5.3.4)$$

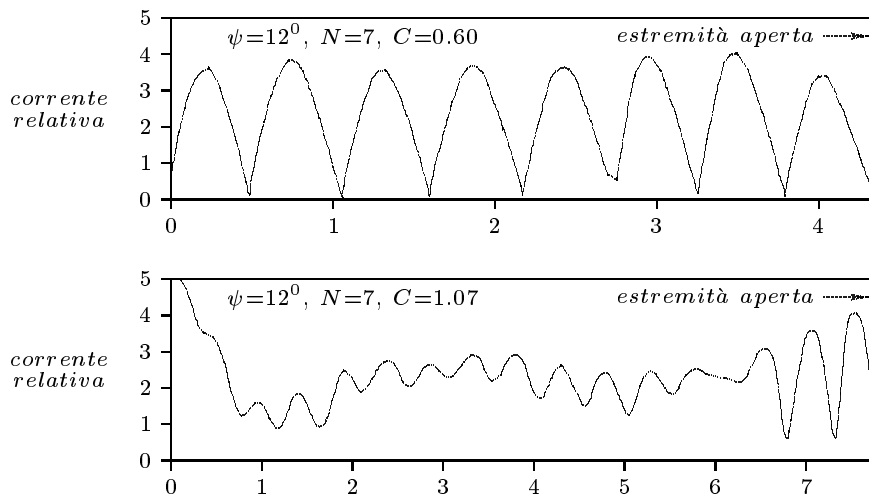
Con la scelta di ψ soddisfacente alla (5.3.4) si ottiene la polarizzazione circolare.

L'equazione (5.3.1) mostra che la radiazione è massima nella direzione broadside ($\theta = 90^\circ$). Questo modo si suole chiamare “**modo normale**”. Lo studente grafichi il diagramma di radiazione e dimostri che la resistenza di radiazione e il guadagno sono dati da:

$$R_r = \frac{Zk^2 S^2}{3\pi} \quad \text{e} \quad G(\theta) = 1.5 \sin^2 \theta \quad (5.3.5)$$

La teoria di cui sopra assume che la corrente sia uniforme in modulo e fase sull'intera lunghezza dell'elica. Questo è vero in virtù della ipotesi $D \ll \lambda$ e $NL \ll \lambda$.

L'efficienza di radiazione di tale piccola elica è bassa e la sua larghezza di banda molto stretta. Se $D \ll \lambda$ ma NL è un'apprezzabile frazione di λ , la corrente misurata mostra una variazione sinusoidale lungo l'elica. L'analisi fatta non è valida e diventa necessaria una integrazione su tutta l'elica.



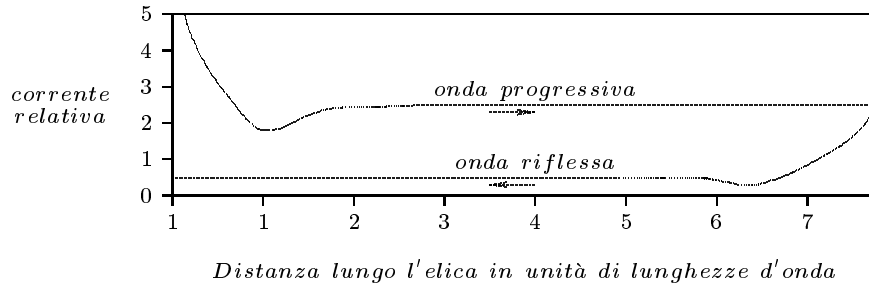


fig.5.3-2

5.4 - Teoria del modo assiale per mezzo di integrazione diretta.

Calcoliamo, ora, il campo “far field” di un’antenna ad elica irradiante nel modo assiale integrando direttamente i contributi degli elementi di corrente da un estremo all’altro dell’elica. Supponiamo, per quanto abbiamo precedentemente detto, che la corrente dell’elica possa essere approssimata come singola onda viaggiante di ampiezza costante lungo l’antenna. La geometria dell’elica è mostrata in figura 5.4-1.

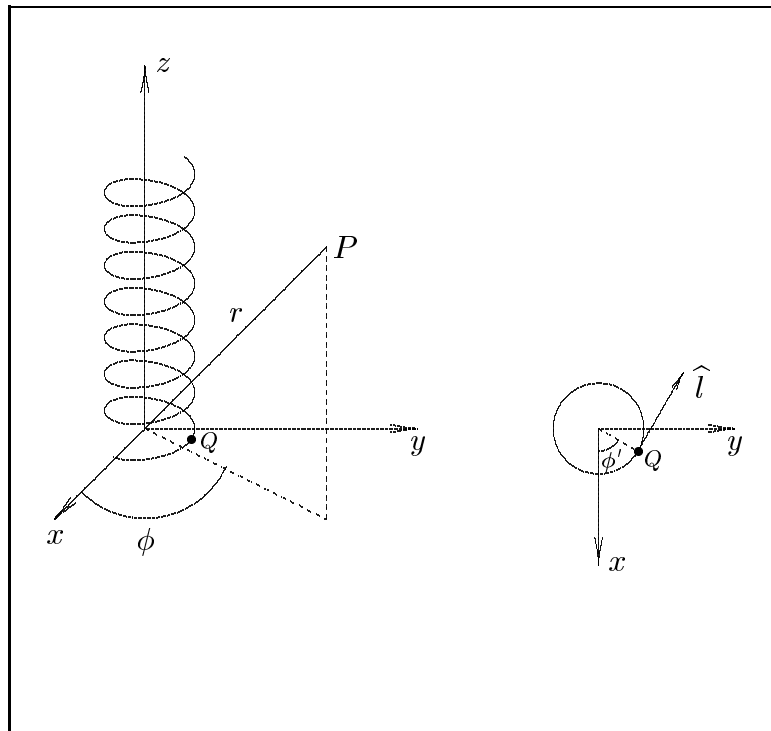


fig.5.4-1

Essa comincia a $z' = 0$, $\phi' = 0$ e termina a $z' = NS$ e $\phi' = \phi'_m$. Sia l la lunghezza del filo dall’inizio dell’elica ad un arbitrario punto Q sull’elica e \hat{l} il vettore unitario lungo la direzione e il verso del filo. Allora:

$$\vec{J}(l) = I_0 \exp(-ik_e l) \hat{l} \tag{5.4.1}$$

Poichè: $k_e = \frac{2\pi}{\lambda_e} = \frac{2\pi\nu}{v_f} = \frac{\omega}{v_f}$, e posto $p = \frac{v_f}{c}$, dove p è data dalla (5.2.1), si ha $k_e = \frac{\omega}{pc}$, quindi:

$$\vec{J}(l) = I_0 \exp\left(-i\frac{\omega l}{pc}\right) \hat{l} \quad (5.4.2)$$

Se L_T è la lunghezza dell'elica e ϕ' è la coordinata azimutale del punto Q si ha: $l \propto \phi'$ e $L_T \propto \phi'_m$, per cui:

$$\frac{l}{L_T} = \frac{\phi'}{\phi'_m} \quad (5.4.3)$$

La (5.4.2), quindi, si può scrivere:

$$\vec{J}(l) = I_0 \exp\left(-i\frac{\omega L_T}{pc\phi'_m}\phi'\right) \hat{l} \quad (5.4.4)$$

Posto $g = \frac{\omega L_T}{pc\phi'_m}$ si ha:

$$\vec{J}(l) = I_0 \exp(-ig\phi') \hat{l} \quad (5.4.5)$$

Per un'elica di N spire (N non necessariamente intero)

$$\phi'_m = 2\pi N \quad (5.4.6)$$

Dalle figure 5.4-1 si vede che il vettore unitario \hat{l} lungo il filo può essere risolto nelle componenti rettangolari nella seguente maniera:

$$\hat{l} = -\hat{x} \sin \phi' \cos \psi + \hat{y} \cos \phi' \cos \psi + \hat{z} \sin \psi \quad (5.4.7)$$

Le coordinate cartesiane del punto Q sono date da:

$$x' = a \cos \phi', \quad y' = a \sin \phi', \quad z' = a\phi' \tan \psi \quad (5.4.8)$$

Per la terza delle (5.4.8) abbiamo utilizzato la (5.1.2), dove $a = \frac{D}{2}$. Sia P il punto campo definito dalle coordinate rettangolari (x, y, z) o dalle coordinate sferiche (r, θ, ϕ) . Se R è la distanza fra P e Q noi abbiamo:

$$\begin{aligned} R^2 &= (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 = \\ &= r^2 + a^2 - 2ax \cos \phi' - 2ay \sin \phi' - 2az\phi' \tan \psi + a^2\phi'^2 \tan^2 \psi \end{aligned} \quad (5.4.9)$$

$$R^2 = r^2 \left(1 + \frac{a^2}{r^2} - 2\frac{a}{r^2}x \cos \phi' - 2\frac{a}{r^2}y \sin \phi' - 2\frac{a}{r^2}z\phi' \tan \psi + \frac{a^2}{r^2}\phi'^2 \tan^2 \psi \right) \quad (5.4.10)$$

Introducendo le coordinate sferiche si ha:

$$R^2 = r^2 \left(1 + \frac{a^2}{r^2} - 2\frac{a}{r} \sin \theta \cos \phi \cos \phi' - 2\frac{a}{r} \sin \theta \sin \phi \sin \phi' - 2\frac{a}{r} \phi' \cos \theta \tan \psi + \frac{a^2}{r^2} \phi'^2 \tan^2 \psi \right) \quad (5.4.11)$$

Se il punto P si trova nella far zone la (5.4.11) si semplifica:

$$R^2 \simeq r^2 \left[1 - 2\frac{a}{r} \sin \theta \cos(\phi - \phi') - 2\frac{a}{r} \phi' \cos \theta \tan \psi \right]$$

da cui:

$$\begin{aligned} R &\simeq r \left[1 - \frac{a}{r} \sin \theta \cos(\phi - \phi') - \frac{a}{r} \phi' \cos \theta \tan \psi \right] = \\ &= r - a \sin \theta \cos(\phi - \phi') - a \phi' \cos \theta \tan \psi \end{aligned} \quad (5.4.12)$$

Il potenziale magnetico vettore è dato da:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J} \exp(-ikR)}{R} d^3r' = \frac{\mu}{4\pi} \int_0^{L_T} \frac{\exp(-ikR)}{R} \vec{J} dl = \frac{\mu}{4\pi} \int_0^{\phi'_m} \frac{\exp(-ikR)}{R} \vec{J} \frac{a d\phi'}{\cos \psi} \quad (5.4.13)$$

Sostituendo la (5.4.5), la (5.4.7) e la (5.4.12) nella (5.4.13), si ha:

$$\begin{aligned} \vec{A}(\vec{r}) &= \frac{\mu I_0 \exp(-ikr)}{4\pi r} \int_0^{\phi'_m} \exp[+ika \sin \theta \cos(\phi - \phi')] \exp(ika \phi' \cos \theta \tan \psi) \cdot \\ &\cdot \exp(-ig\phi') (-\hat{x} \sin \phi' \cos \psi + \hat{y} \cos \phi' \cos \psi + \hat{z} \sin \psi) a \frac{d\phi'}{\cos \psi} \end{aligned} \quad (5.4.14)$$

Posto: $u = ka \sin \theta$, $B = ka \cos \theta \tan \psi$ e $d = B - g$ si ha:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu a I_0 \exp(-ikr)}{4\pi r} \int_0^{\phi'_m} \exp[iu \cos(\phi - \phi')] \exp(id\phi') (-\hat{x} \sin \phi' + \hat{y} \cos \phi' + \hat{z} \tan \psi) d\phi' \quad (5.4.15)$$

Il primo termine della funzione integranda può essere espresso come serie di funzioni di Bessel di prima specie:

$$\begin{aligned} \exp[iu \cos(\phi - \phi')] &= J_0(u) + 2 \sum_{b=1}^{\infty} (-1)^b J_{2b}(u) \cos[2b(\phi - \phi')] + \\ &+ 2i \sum_{b=0}^{\infty} (-1)^b J_{2b+1}(u) \cos[(2b+1)(\phi - \phi')] \end{aligned} \quad (5.4.16)$$

Utilizzando la (5.4.16), la (5.4.15) diventa:

$$\begin{aligned} \vec{A}(\vec{r}) &= \frac{\mu a I_0 \exp(-ikr)}{4\pi r} \int_0^{\phi'_m} \exp(id\phi') (-\hat{x} \sin \phi' + \hat{y} \cos \phi' + \hat{z} \tan \psi) \cdot \left\{ J_0(u) + \right. \\ &+ 2 \sum_{b=1}^{\infty} (-1)^b J_{2b}(u) \cos[2b(\phi - \phi')] + 2i \sum_{b=0}^{\infty} (-1)^b J_{2b+1}(u) \cos[(2b+1)(\phi - \phi')] \left. \right\} d\phi' \end{aligned} \quad (5.4.17)$$

Poichè le funzioni di Bessel sono indipendenti da ϕ' la (5.4.17) si riduce alla valutazione dell'integrale

$$\vec{T}(m) = \int_0^{\phi'_m} (-\hat{x} \sin \phi' + \hat{y} \cos \phi' + \hat{z} \tan \psi) \exp(id\phi') \cos [m(\phi - \phi')] d\phi' \quad (5.4.18)$$

Il primo integrale della (5.4.17) corrisponde a $\vec{T}(m = 0)$, il secondo a $\vec{T}(m = 2b)$, e il terzo a $\vec{T}(m = 2b + 1)$. La quantità $\vec{T}(m)$ si può scrivere come:

$$\vec{T}(m) = T_x(m)\hat{x} + T_y(m)\hat{y} + T_z(m)\hat{z} \quad (5.4.19)$$

dove:

$$T_x(m) = \int_0^{\phi'_m} -\sin \phi' \exp(id\phi') \cos [m(\phi - \phi')] d\phi' \quad (5.4.20)$$

$$T_y(m) = \int_0^{\phi'_m} \cos \phi' \exp(id\phi') \cos [m(\phi - \phi')] d\phi' \quad (5.4.21)$$

$$T_z(m) = \int_0^{\phi'_m} \tan \psi \exp(id\phi') \cos [m(\phi - \phi')] d\phi' \quad (5.4.22)$$

Gli integrali (5.4.20), (5.4.21), (5.4.22) possono essere valutati nella solita maniera. I risultati sono:

$$T_x(m) = a(m) + a(-m) \quad (5.4.23)$$

$$T_y(m) = b(m) + b(-m) \quad (5.4.24)$$

$$T_z(m) = c(m) + c(-m) \quad (5.4.25)$$

dove:

$$a(m) = \frac{\exp(im\phi)}{4} \left\{ \exp [i(d - m)\phi'_m] \left[\frac{\exp(i\phi'_m)}{d - m + 1} - \frac{\exp(-i\phi'_m)}{d - m - 1} \right] + \frac{2}{(d - m)^2 - 1} \right\} \quad (5.4.26)$$

$$b(m) = \frac{\exp(im\phi)}{4i} \left\{ \exp [i(d - m)\phi'_m] \left[\frac{\exp(i\phi'_m)}{d - m + 1} + \frac{\exp(-i\phi'_m)}{d - m - 1} \right] - \frac{2(d - m)}{(d - m)^2 - 1} \right\} \quad (5.4.27)$$

$$c(m) = \frac{\exp(im\phi)}{2i} \left(\frac{\exp[i(d - m)\phi'_m]}{d - m} - \frac{1}{d - m} \right) \tan \psi \quad (5.4.28)$$

L'equazione (5.4.17) si può scrivere come:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu a I_0 \exp(-ikr)}{4\pi r} \left[\vec{T}(0) J_0(u) + 2 \sum_{b=1}^{\infty} (-1)^b \vec{T}(2b) J_{2b}(u) + 2i \sum_{b=0}^{\infty} (-1)^b \vec{T}(2b + 1) J_{2b+1}(u) \right] \quad (5.4.29)$$

Si demanda allo studente la dimostrazione della (5.4.26), (5.4.27) e (5.4.28)
 Il campo elettrico nella far zone è correlato ad \vec{A} dalla $\vec{E} = -i\omega\vec{A}$. Quindi:

$$E_x = -i\omega A_x, E_y = -i\omega A_y, E_z = -i\omega A_z \quad (5.4.30)$$

È conveniente lavorare in coordinate sferiche cioè in E_θ ed E_ϕ ; si ha:

$$\begin{aligned} E_\theta &= E_x \cos \phi \cos \theta + E_y \sin \phi \cos \theta - E_z \sin \theta = \\ &= -i\omega [(A_x \cos \phi + A_y \sin \phi) \cos \theta - A_z \sin \theta] \end{aligned} \quad (5.4.31)$$

$$E_\phi = E_y \cos \phi - E_x \sin \phi = -i\omega (A_y \cos \phi - A_x \sin \phi) \quad (5.4.32)$$

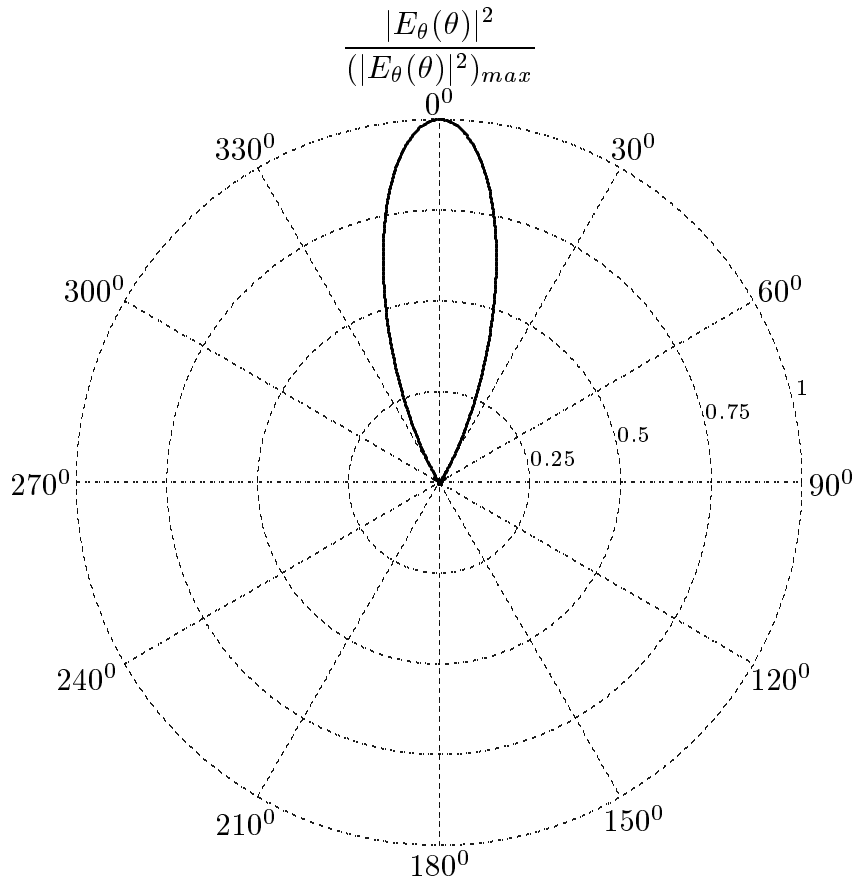
Il modulo di \vec{E} è dato da:

$$|\vec{E}| = \sqrt{|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2} \quad (5.4.33)$$

Con i valori della velocità di fase relativa p descritta nel paragrafo che la riguarda può essere graficato il pattern di radiazione dell'elica. Riportiamo in figura i patterns di radiazione competenti ad una elica di $N = 10$ spire, $D = 4.3$ inch, $\psi = 12^\circ, 5$ e $C/\lambda = 1.1$ ($f=962$ MHz).

Antenna ad elica: modo assiale $\phi = 0^\circ$

$N = 10$ spire, $D = 4.3$ inch (0.10922 m), $\psi = 12^\circ.5$, $C/\lambda = 1.1$ ($f = 962$ MHz)



Ingrandimento dei lobi secondari

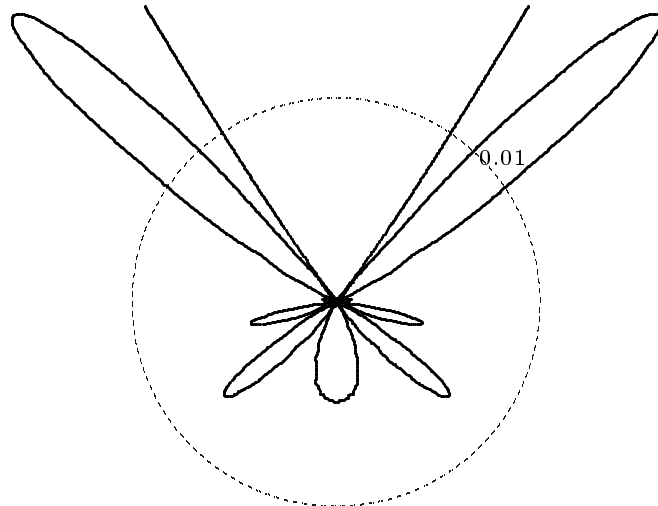
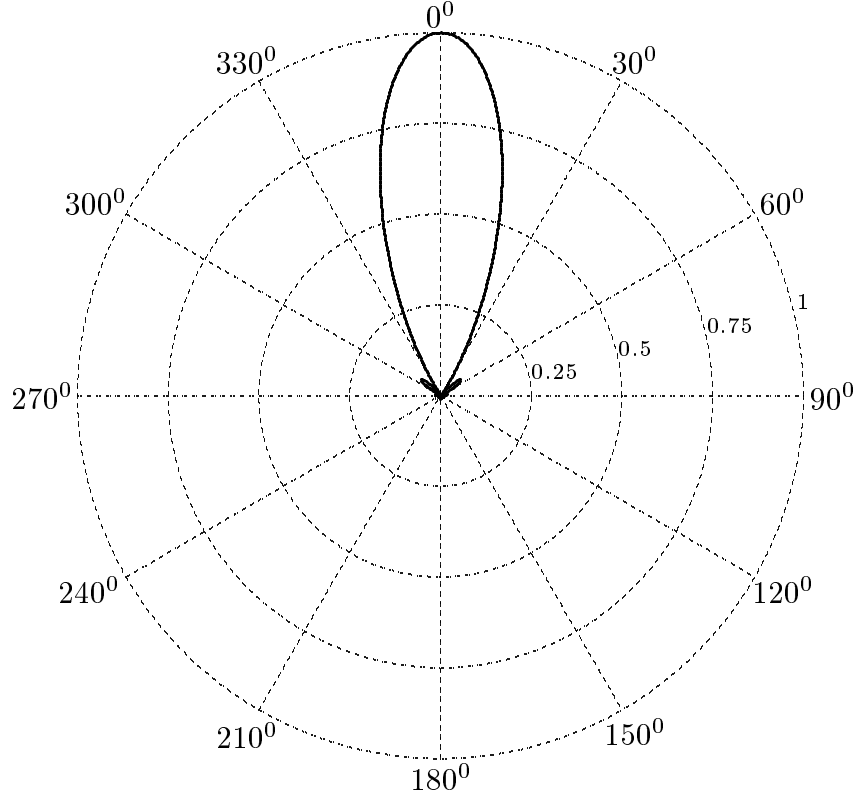


fig.5.4-2

Antenna ad elica: modo assiale $\phi = 0^0$

$N = 10$ spire, $D = 4.3$ inch (0.10922 m), $\psi = 12^0.5$, $C/\lambda = 1.1$ ($f = 962$ MHz)

$$\frac{|E_\phi(\theta)|^2}{(|E_\phi(\theta)|^2)_{max}}$$



Ingrandimento dei lobi secondari

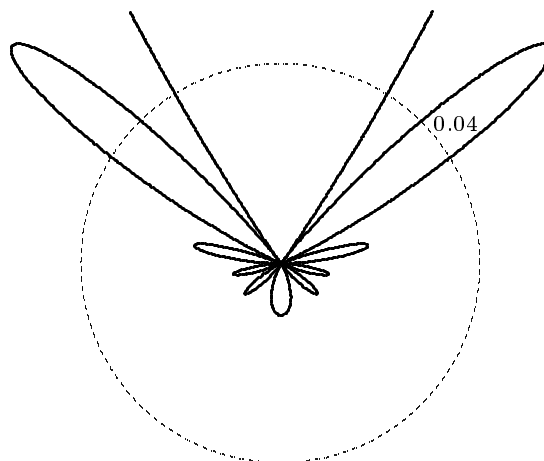
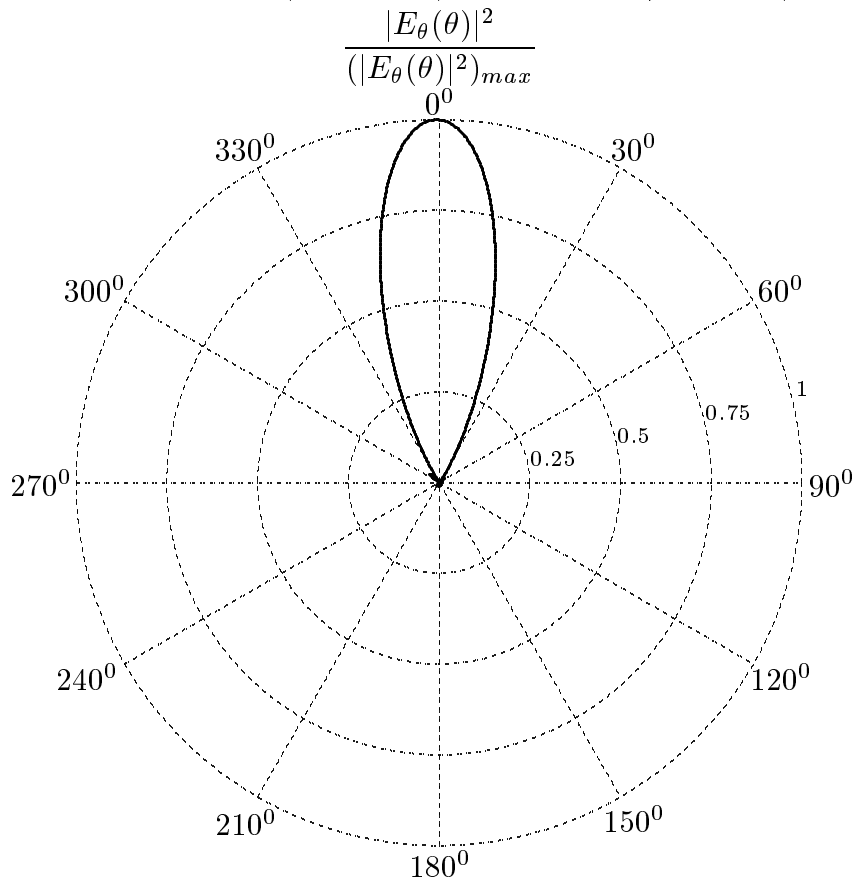


fig.5.4-3

Antenna ad elica: modo assiale $\phi = 90^\circ$

$N = 10$ spire, $D = 4.3$ inch (0.10922 m), $\psi = 12^\circ.5$, $C/\lambda = 1.1$ ($f = 962$ MHz)



Ingrandimento dei lobi secondari

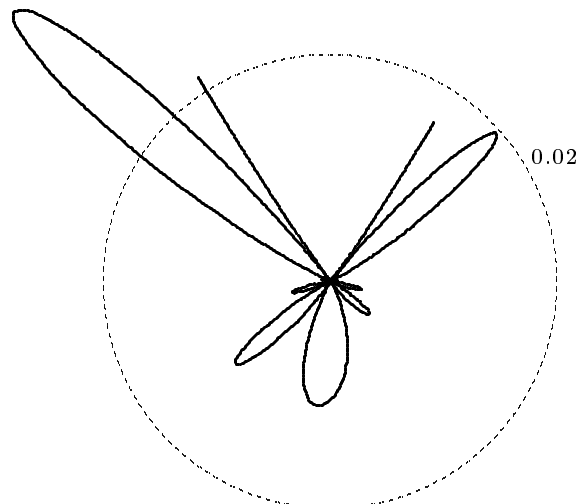
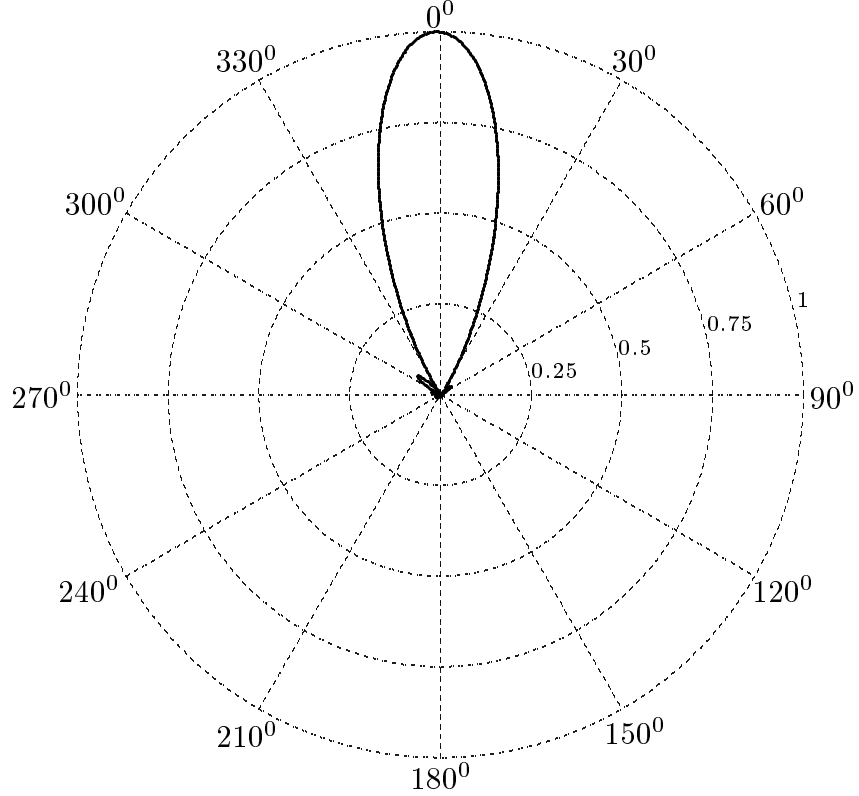


fig.5.4-4

Antenna ad elica: modo assiale $\phi = 90^\circ$

$N = 10$ spire, $D = 4.3$ inch (0.10922 m), $\psi = 12^\circ.5$, $C/\lambda = 1.1$ ($f = 962$ MHz)

$$\frac{|E_\phi(\theta)|^2}{(|E_\phi(\theta)|^2)_{max}}$$



Ingrandimento dei lobi secondari

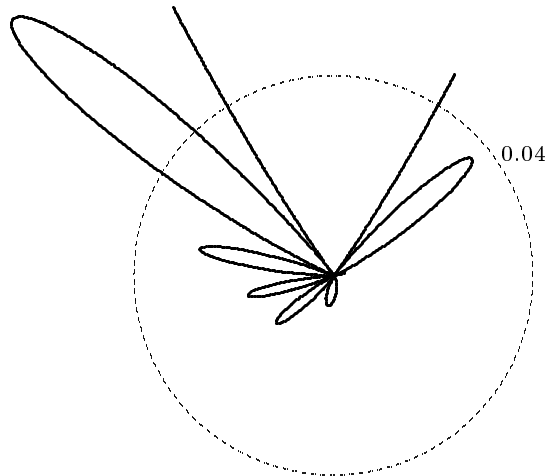


fig.5.4-5

Si può notare che il massimo si ha lungo l'asse dell'elica dove $|E_\theta| \simeq |E_\phi|$. La larghezza del fascio a metà potenza è di circa 35° . È interessante verificare che per questi set di parametri, la formula empirica di Kraus (5.1.6) ci fornisce una larghezza di $30^\circ.3$.

I diagrammi sono simmetrici per $\phi = 0^\circ$ mentre la asimmetria si accentua, soprattutto per i lobi secondari, per $\phi \neq 0^\circ$.

5.5 - Rapporto assiale.

Ponendo $\theta = 0^\circ$ e $\phi = 90^\circ$ nella (5.4.31) e (5.4.32), otteniamo le componenti lungo \hat{e}_θ e lungo \hat{e}_ϕ del campo elettrico lungo l'asse dell'elica. Il loro rapporto è dato da:

$$\frac{E_\theta}{E_\phi} = \frac{-A_y}{A_x} \quad (5.5.1)$$

A_y e A_x si calcolano dalla (5.4.29) ponendo, nel nostro caso $\theta = 0^\circ$ e $\phi = 90^\circ$. Poichè $u = ka \sin \theta$, si ha ovviamente $u = 0$ per $\theta = 0$; pertanto nella (5.4.29) bisogna porre $J_0(u=0) = 1$ e $J_\nu(u=0) = 0$ per $\nu \neq 0$. La (5.5.1) diventa:

$$\begin{aligned} \frac{E_\theta}{E_\phi} &= \frac{-A_y}{A_x} = \frac{-T_y(0)}{T_x(0)} = -\frac{b(0)}{a(0)} = \frac{i \left[\exp(id\phi'_m) \left(\frac{\exp(i\phi'_m)}{d+1} + \frac{\exp(-i\phi'_m)}{d-1} \right) - \frac{2d}{d^2-1} \right]}{\left[\exp(id\phi'_m) \left(\frac{\exp(i\phi'_m)}{d+1} - \frac{\exp(-i\phi'_m)}{d-1} \right) + \frac{2}{d^2-1} \right]} = \\ &= \frac{i \{ \exp[i(d+1)\phi'_m](d-1) + \exp[i(d-1)\phi'_m](d+1) - 2d \}}{\exp[i(d+1)\phi'_m](d-1) - \exp[i(d-1)\phi'_m](d+1) + 2} \end{aligned} \quad (5.5.2)$$

L'equazione (5.5.2) può essere semplificata nel caso in cui l'elica è costituita da un numero intero di spire. In questo caso per la (5.4.6) $\phi'_m = 2\pi N$ dove N è un numero intero positivo. In tal caso si ha:

$$\exp(i\phi'_m) = \exp(i2\pi N) = \exp(-i\phi'_m) = \exp(-i2\pi N) = 1 \quad (5.5.3)$$

La (5.5.2) diventa:

$$\begin{aligned} \frac{E_\theta}{E_\phi} &= \frac{i \{ [\exp(id\phi'_m)](d-1) + [\exp(id\phi'_m)](d+1) - 2d \}}{[\exp(id\phi'_m)](d-1) - [\exp(id\phi'_m)](d+1) + 2} = \\ &= \frac{i2d \exp(id\phi'_m) - i2d}{-2 \exp(id\phi'_m) + 2} = \frac{2id [\exp(id\phi'_m) - 1]}{-2 [\exp(id\phi'_m) - 1]} = -id \end{aligned} \quad (5.5.4)$$

dove $d = B - g$ per $\theta = 0$ è

$$d = ka \tan \psi - \frac{\omega L_T}{pc\phi'_m} \quad (5.5.5)$$

L'equazione (5.5.4) indica che E_θ e E_ϕ sono in quadratura di fase e la polarizzazione è ellittica. Il rapporto assiale dell'ellisse di polarizzazione è:

$$AR = \left| \frac{E_\theta}{E_\phi} \right| = \left| ka \tan \psi - \frac{\omega L_T}{pc\phi'_m} \right| \quad (5.5.6)$$

Poichè

$$\tan \psi = \frac{S}{\pi D} = \frac{L \sin \psi}{2\pi a} \quad (5.5.7)$$

e $\frac{\omega L_T}{pc\phi'_m} = \frac{2\pi cNL}{pc\lambda 2\pi N} = \frac{L}{\lambda p}$ la (5.5.6) si esprime:

$$AR = \left| \frac{L}{\lambda} \left(\sin \psi - \frac{1}{p} \right) \right| \quad (5.5.8)$$

Se al posto di p si sostituisce la (5.2.1), la (5.5.8) diventa:

$$AR = \left| \frac{L}{\lambda} \left(\sin \psi - \sin \psi - \frac{(2N+1)\lambda \cos \psi}{2N C} \right) \right| \quad (5.5.9)$$

e poichè, dalla figura 5.1-1b, $C = L \cos \psi$ si ha:

$$AR = \frac{2N+1}{2N} \quad (5.5.10)$$

Se $2N \gg 1$, il rapporto assiale approssima l'unità e la polarizzazione è circolare.

Il metodo di integrazione diretta da noi esposto descrive le caratteristiche del modo assiale di un'antenna ad elica in accordo con i dati sperimentali. La teoria trascura l'effetto della lastra conduttrice; questo effetto può essere considerato applicando il teorema delle immagini, l'elica immagine è avvolta in verso opposto all'elica reale ed ha il suo lobo principale nella direzione $\theta = \pi$. Sperimentalmente la lastra conduttrice non ha molta influenza se le sue dimensioni sono più grandi di una lunghezza d'onda.

Il grande guadagno, l'ampia larghezza di banda, la relativa semplicità e la polarizzazione circolare rendono l'antenna ad elica molto utilizzata per le comunicazioni spaziali. Per esempio antenne ad elica sono state poste sulla Luna dagli astronauti della missione Apollo per trasmettere dati telemetrici sulla Terra.

Arrays di antenne ad elica sono utilizzati come antenne radiotelescopiche nel range 200 - 400 MHz.

5.6 - Procedura di calcolo

Il calcolo dei valori dei moduli dei campi $|E_\theta|$ ed $|E_\phi|$ (normalizzati) è stato effettuato utilizzando le formule (5.4.31) e (5.4.32) in funzione delle componenti A_x , A_y e A_z del potenziale vettore.

Per il calcolo di tali componenti è stata utilizzata la formula (5.4.29).

Analizzando i termini contenenti le sommatorie ci si accorge che il loro contributo é importante soltanto per i primi due o tre termini soprattutto se $u = ka \sin \theta$ é molto maggiore di uno. Nel calcolo che abbiamo effettuato ci siamo fermati ai termini contenenti le funzioni di Bessel di ordine otto ossia abbiamo fatto variare l'indice m presente nelle formule (5.4.23)÷(5.4.25) da uno a otto.

I termini espliciti che si trovano dentro le parentesi quadre nella formula $\vec{A}(\vec{r})$, che abbiamo incluso nel calcolo, sono:

$$\vec{T}(0)J_0(u)+2[-\vec{T}(2)J_2(u) + \vec{T}(4)J_4(u) - \vec{T}(6)J_6(u) + \vec{T}(8)J_8(u)]+ \\ +2i[\vec{T}(1)J_1(u) - \vec{T}(3)J_3(u) + \vec{T}(5)J_5(u) - \vec{T}(7)J_7(u)]$$

I grafici sono stati effettuati nel piano xz facendo variare θ fra 0^0 e 360^0 e assumendo $\phi = 0^0$ e nel piano yz facendo variare θ fra 0^0 e 360^0 e assumendo $\phi = 90^0$.

In realtà il grafico nel piano xz si dovrebbe effettuare facendo variare l'angolo θ fra 0^0 e 180^0 , scegliendo $\phi = 0^0$ per il grafico nel semipiano $x > 0$, z e $\phi = 180^0$ per il grafico nel semipiano $x < 0$, z ; analogamente il grafico nel piano yz si dovrebbe effettuare facendo variare l'angolo θ fra 0^0 e 180^0 , scegliendo $\phi = 90^0$ per il grafico nel semipiano $y > 0$, z e $\phi = 270^0$ per il grafico nel semipiano $y < 0$, z .

Si può facilmente capire che i due procedimenti conducono agli stessi risultati.

Presentiamo il programma Matlab utilizzato per il calcolo dei campi irradiati.

Programma Elica8.m

```
delete(get(0,'children'))
N=10.;
fip=2.*pi.*N;
psi=12.5.*pi./180;
D=4.3.*2.54.*1e-2;
r=D./2;
nu=962e6;
lambda=3e8./nu;
omega=2.*pi.*nu;
C=pi.*D;
S=C.*tan(psi);
L=sqrt(S.^2+C.^2);
LT=N.*L;
rap=C./lambda;
aa=(2.*N+1)./(2.*N);
ab=aa.*lambda.*cos(psi)./C;
p=1./(sin(psi)+ab);
k=omega./3e8;
g=omega.*LT./(p.*3e8.*fip);
thetag=0:1:360;
theta=thetag.*pi./180;
```

```

B=k.*r.*cos(theta).*tan(psi);
d=B-g;
u=k.*r.*sin(theta);
fig=90;
fi=fig.*pi./180;
a0=exp(i.*0.*fi)./4.*(exp(i.*(d-0).*fi)).*(exp(i.*fi)./(d-0+1)-...
exp(-i.*fi)./(d-0-1))+2./((d-0).^2-1));
am0=exp(i.*(-0).*fi)./4.*(exp(i.*(d-(-0)).*fi)).*(exp(i.*fi)./...
(d-(-0)+1)-exp(-i.*fi)./(d-(-0)-1))+2./((d-(-0)).^2-1));
b0=exp(i.*0.*fi)/(4.*i).*exp(i.*(d-0).*fi).*exp(i.*fi)/...
(d-0+1)+exp(-i.*fi)/(d-0-1)-2.*(d-0)/((d-0).^2-1));
bm0=exp(i.*(-0).*fi)/(4.*i).*exp(i.*(d-(-0)).*fi).*exp(i.*...
fi)./(d-(-0)+1)+exp(-i.*fi)/(d-(-0)-1)-2.*(d-(-0))./...
((d-(-0)).^2-1));
c0=(exp(i.*0.*fi)/(2.*i)).*(exp(i.*(d-0).*fi)/(d-0)-1/(d-0))...
.*tan(psi);
cm0=(exp(i.*(-0).*fi)/(2.*i)).*(exp(i.*(d-(-0)).*fi)/...
(d-(-0))-1/(d-(-0))).*tan(psi);
TX0=a0+am0;
TY0=b0+bm0;
TZ0=c0+cm0;
for m=1:8;
a(m,:)=exp(i.*m.*fi)./4.*(exp(i.*(d-m).*fi)).*(exp(i.*fi)./(d-m+1)-...
exp(-i.*fi)./(d-m-1))+2./((d-m).^2-1));
am(m,:)=exp(i.*(-m).*fi)./4.*(exp(i.*(d-(-m)).*fi)).*(exp(i.*fi)./...
(d-(-m)+1)-exp(-i.*fi)./(d-(-m)-1))+2./((d-(-m)).^2-1));
b(m,:)=exp(i.*m.*fi)/(4.*i).*exp(i.*(d-m).*fi).*exp(i.*fi)/...
(d-m+1)+exp(-i.*fi)/(d-m-1)-2.*(d-m)/((d-m).^2-1));
bm(m,:)=exp(i.*(-m).*fi)/(4.*i).*exp(i.*(d-(-m)).*fi).*exp(i.*...
fi)./(d-(-m)+1)+exp(-i.*fi)/(d-(-m)-1)-2.*(d-(-m))./...
((d-(-m)).^2-1));
c(m,:)=exp(i.*m.*fi)/(2.*i)).*(exp(i.*(d-m).*fi)/(d-m)-1/(d-m))...
.*tan(psi);
cm(m,:)=exp(i.*(-m).*fi)/(2.*i)).*(exp(i.*(d-(-m)).*fi)/...
(d-(-m))-1/(d-(-m))).*tan(psi);
TX(m,:)=a(m,)+am(m,);
TY(m,:)=b(m,)+bm(m,);
TZ(m,:)=c(m,)+cm(m,);
end
AX=TX0.*bessel(0,u)+...
2.*(-TX(2,:).*bessel(2,u)+TX(4,:).*bessel(4,u)-TX(6,:).*bessel(6,u)+...
TX(8,:).*bessel(8,u))+2.*i.*(TX(1,:).*bessel(1,u)-TX(3,:).*bessel(3,u)+...
TX(5,:).*bessel(5,u)-TX(7,:).*bessel(7,u));
AY=TY0.*bessel(0,u)+...

```

```

2.*(-TY(2,:).*bessel(2,u)+TY(4,:).*bessel(4,u)-TY(6,:).*bessel(6,u)+...
TY(8,:).*bessel(8,u))+2.*i.*(TY(1,:).*bessel(1,u)-TY(3,:).*bessel(3,u)+...
TY(5,:).*bessel(5,u)-TY(7,:).*bessel(7,u));
AZ=TZ0.*bessel(0,u)+...
2.*(-TZ(2,:).*bessel(2,u)+TZ(4,:).*bessel(4,u)-TZ(6,:).*bessel(6,u)+...
TZ(8,:).*bessel(8,u))+2.*i.*(TZ(1,:).*bessel(1,u)-TZ(3,:).*bessel(3,u)+...
TZ(5,:).*bessel(5,u)-TZ(7,:).*bessel(7,u));
ETHETA=((AX.*cos(fi)+AY.*sin(fi)).*cos(theta)-AZ.*sin(theta));
EPHI=(AY.*cos(fi)-AX.*sin(fi));
MODET=abs(ETHETA);
MODEPHI=abs(EPHI);
AAA=max(MODET);
figure(1)
polar(theta,(MODET./AAA)^2)
zoom
BBB=max(MODEPHI);
figure(2)
polar(theta,(MODEPHI./BBB)^2)
zoom
[thetag; MODET^2; (MODET./AAA)^2; MODEPHI^2; (MODEPHI./BBB)^2]

```

Riportiamo di seguito i valori numerici competenti ai campi $|E_\theta|$ e $|E_\phi|$ normalizzati.

$$\phi = 0^0$$

θ	$ E_\theta ^2$	$ E_\theta ^2 / (E_\theta ^2)_{max}$	$ E_\phi ^2$	$ E_\phi ^2 / (E_\phi ^2)_{max}$
0^0	380.7258	1.0000	419.7501	1.0000
5^0	361.3298	0.9491	401.8250	0.9573
10^0	306.9638	0.8063	350.4363	0.8349
15^0	228.7559	0.6008	273.0896	0.6506
20^0	143.5400	0.3770	182.8221	0.4355
25^0	69.8588	0.1835	97.0902	0.2313
30^0	21.5614	0.0566	33.5631	0.0800
35^0	1.6992	0.0045	3.0567	0.0073
40^0	1.4584	0.0038	3.1514	0.0075
45^0	6.6755	0.0175	18.2153	0.0434
50^0	7.7915	0.0205	28.7148	0.0684
55^0	4.4821	0.0118	24.5640	0.0585
60^0	1.1698	0.0031	11.0842	0.0264
65^0	0.0530	0.0001	1.1427	0.0027
70^0	0.0121	0.0000	1.1582	0.0028
75^0	0.0102	0.0000	5.9717	0.0142

80 ⁰	0.1576	0.0004	7.1983	0.0171
85 ⁰	0.2438	0.0006	3.4838	0.0083
90 ⁰	0.0269	0.0001	0.1895	0.0005
95 ⁰	0.2285	0.0006	0.9917	0.0024
100 ⁰	1.1655	0.0031	3.5596	0.0085
105 ⁰	1.6356	0.0043	3.8603	0.0092
110 ⁰	0.8512	0.0022	1.6653	0.0040
115 ⁰	0.0196	0.0001	0.0336	0.0001
120 ⁰	0.5602	0.0015	0.8800	0.0021
125 ⁰	1.9883	0.0052	2.9708	0.0071
130 ⁰	2.7142	0.0071	3.9804	0.0095
135 ⁰	2.1022	0.0055	3.1067	0.0074
140 ⁰	0.8984	0.0024	1.3679	0.0033
145 ⁰	0.1050	0.0003	0.1678	0.0004
150 ⁰	0.0701	0.0002	0.1192	0.0003
155 ⁰	0.5301	0.0014	0.9677	0.0023
160 ⁰	1.0834	0.0028	2.1313	0.0051
165 ⁰	1.4959	0.0039	3.1597	0.0075
170 ⁰	1.7256	0.0045	3.8678	0.0092
175 ⁰	1.8240	0.0048	4.2538	0.0101
180 ⁰	1.8492	0.0049	4.3733	0.0104
185 ⁰	1.8240	0.0048	4.2538	0.0101
190 ⁰	1.7256	0.0045	3.8678	0.0092
195 ⁰	1.4959	0.0039	3.1597	0.0075
200 ⁰	1.0834	0.0028	2.1313	0.0051
205 ⁰	0.5301	0.0014	0.9677	0.0023
210 ⁰	0.0701	0.0002	0.1192	0.0003
215 ⁰	0.1051	0.0003	0.1678	0.0004
220 ⁰	0.8984	0.0024	1.3679	0.0033
225 ⁰	2.1022	0.0055	3.1067	0.0074
230 ⁰	2.7142	0.0071	3.9804	0.0095
235 ⁰	1.9882	0.0052	2.9708	0.0071
240 ⁰	0.5602	0.0015	0.8800	0.0021
245 ⁰	0.0196	0.0001	0.0336	0.0001
250 ⁰	0.8512	0.0022	1.6653	0.0040
255 ⁰	1.6356	0.0043	3.8603	0.0092
260 ⁰	1.1654	0.0031	3.5596	0.0085
265 ⁰	0.2285	0.0006	0.9917	0.0024
270 ⁰	0.0269	0.0001	0.1895	0.0005
275 ⁰	0.2437	0.0006	3.4838	0.0083
280 ⁰	0.1576	0.0004	7.1983	0.0171
285 ⁰	0.0102	0.0000	5.9717	0.0142
290 ⁰	0.0121	0.0000	1.1582	0.0028
295 ⁰	0.0531	0.0001	1.1427	0.0027

300 ⁰	1.1699	0.0031	11.0842	0.0264
305 ⁰	4.4821	0.0118	24.5640	0.0585
310 ⁰	7.7915	0.0205	28.7148	0.0684
315 ⁰	6.6754	0.0175	18.2153	0.0434
320 ⁰	1.4583	0.0038	3.1514	0.0075
325 ⁰	1.6993	0.0045	3.0567	0.0073
330 ⁰	21.5614	0.0566	33.5631	0.0800
335 ⁰	69.8588	0.1835	97.0902	0.2313
340 ⁰	143.5400	0.3770	182.8221	0.4355
345 ⁰	228.7559	0.6008	273.0896	0.6506
350 ⁰	306.9638	0.8063	350.4363	0.8349
355 ⁰	361.3298	0.9491	401.8250	0.9573
360 ⁰	380.7258	1.0000	419.7501	1.0000

Dalla tabella e dai calcoli effettuati si deduce che, per $\phi = 0^0$, la larghezza a metà potenza risulta di circa 34^0 per la componente $|E_\theta|^2$ e di circa 37^0 per la componente $|E_\phi|^2$.

$$\phi = 90^0$$

θ	$ E_\theta ^2$	$ E_\theta ^2 / (E_\theta ^2)_{max}$	$ E_\phi ^2$	$ E_\phi ^2 / (E_\phi ^2)_{max}$
0 ⁰	419.7501	1.0000	380.7258	0.9992
5 ⁰	395.0816	0.9412	358.9917	0.9422
10 ⁰	333.8054	0.7952	306.7000	0.8049
15 ⁰	247.8179	0.5904	232.4764	0.6101
20 ⁰	155.0046	0.3693	150.0411	0.3938
25 ⁰	75.1613	0.1791	75.9896	0.1994
30 ⁰	23.0768	0.0550	24.7272	0.0649
35 ⁰	1.8044	0.0043	2.0871	0.0055
40 ⁰	1.5305	0.0036	1.9577	0.0051
45 ⁰	6.8877	0.0164	10.0729	0.0264
50 ⁰	7.8484	0.0187	13.7744	0.0362
55 ⁰	4.3632	0.0104	9.9149	0.0260
60 ⁰	1.0822	0.0026	3.6320	0.0095
65 ⁰	0.0448	0.0001	0.2914	0.0008
70 ⁰	0.0076	0.0000	0.2189	0.0006
75 ⁰	0.0073	0.0000	0.7892	0.0021
80 ⁰	0.1549	0.0004	0.6221	0.0016
85 ⁰	0.2186	0.0005	0.1821	0.0005
90 ⁰	0.0224	0.0001	0.0055	0.0000
95 ⁰	0.1783	0.0004	0.0144	0.0000
100 ⁰	0.8578	0.0020	0.0236	0.0001
105 ⁰	1.1447	0.0027	0.0113	0.0000
110 ⁰	0.5725	0.0014	0.0025	0.0000

115 ⁰	0.0129	0.0000	0.0000	0.0000
120 ⁰	0.3641	0.0009	0.0016	0.0000
125 ⁰	1.3081	0.0031	0.0109	0.0000
130 ⁰	1.8508	0.0044	0.0305	0.0001
135 ⁰	1.5240	0.0036	0.0465	0.0001
140 ⁰	0.7106	0.0017	0.0369	0.0001
145 ⁰	0.0929	0.0002	0.0075	0.0000
150 ⁰	0.0709	0.0002	0.0084	0.0000
155 ⁰	0.6235	0.0015	0.1008	0.0003
160 ⁰	1.4958	0.0036	0.3145	0.0008
165 ⁰	2.4250	0.0058	0.6353	0.0017
170 ⁰	3.2501	0.0077	1.0249	0.0027
175 ⁰	3.9077	0.0093	1.4426	0.0038
180 ⁰	4.3733	0.0104	1.8492	0.0049
185 ⁰	4.5997	0.0110	2.1907	0.0057
190 ⁰	4.4822	0.0107	2.3752	0.0062
195 ⁰	3.8818	0.0092	2.2699	0.0060
200 ⁰	2.7410	0.0065	1.7603	0.0046
205 ⁰	1.2842	0.0031	0.9045	0.0024
210 ⁰	0.1606	0.0004	0.1243	0.0003
215 ⁰	0.2254	0.0005	0.1927	0.0005
220 ⁰	1.7933	0.0043	1.7083	0.0045
225 ⁰	3.8794	0.0092	4.1709	0.0109
230 ⁰	4.6002	0.0110	5.6803	0.0149
235 ⁰	3.0698	0.0073	4.4560	0.0117
240 ⁰	0.7793	0.0019	1.3715	0.0036
245 ⁰	0.0242	0.0001	0.0539	0.0001
250 ⁰	0.9112	0.0022	2.7055	0.0071
255 ⁰	1.4651	0.0035	6.2897	0.0165
260 ⁰	0.8213	0.0020	5.7490	0.0151
265 ⁰	0.1121	0.0003	1.5702	0.0041
270 ⁰	0.0067	0.0000	0.2913	0.0008
275 ⁰	0.0055	0.0000	5.1549	0.0135
280 ⁰	0.0774	0.0002	10.1886	0.0267
285 ⁰	0.3408	0.0008	8.0511	0.0211
290 ⁰	0.1527	0.0004	1.4845	0.0039
295 ⁰	0.2575	0.0006	1.3926	0.0037
300 ⁰	3.6377	0.0087	12.8720	0.0338
305 ⁰	10.6321	0.0253	27.2840	0.0716
310 ⁰	15.3245	0.0365	30.6558	0.0805
315 ⁰	11.4232	0.0272	18.7959	0.0493
320 ⁰	2.2412	0.0053	3.1613	0.0083
325 ⁰	2.3993	0.0057	2.9977	0.0079
330 ⁰	28.4666	0.0678	32.3399	0.0849

335 ⁰	87.4627	0.2084	92.3015	0.2422
340 ⁰	172.3997	0.4107	172.0133	0.4514
345 ⁰	266.1131	0.6340	254.7681	0.6686
350 ⁰	348.6332	0.8306	324.3241	0.8512
355 ⁰	403.2775	0.9607	368.5926	0.9674
360 ⁰	419.7501	1.0000	380.7258	0.9992

Dalla tabella e dai calcoli effettuati si deduce che, per $\phi = 90^0$, la larghezza a metà potenza risulta di circa 34⁰ per la componente $|E_\theta|^2$ e di circa 35⁰ per la componente $|E_\phi|^2$.

Fine del Cap.5