

**Klystron Reflex.**

**23.1 - Generalità.**

Il klystron a due cavità da noi precedentemente illustrato, essenzialmente per capire il fenomeno della modulazione di velocità, come amplificatore ha un funzionamento non molto soddisfacente a causa del forte rumore di fondo che esso produce; per cui, in pratica tubi basati sul principio sopra accennato della modulazione di velocità degli elettroni sono usati soprattutto come oscillatori.

Per tale scopo però, nell'intento di ridurre le difficoltà di regolazione dovute al delicato accordo delle due cavità risonanti, si è dimostrato più conveniente un tipo di tubo chiamato **klystron reflex** illustrato schematicamente in fig.23.1-1.

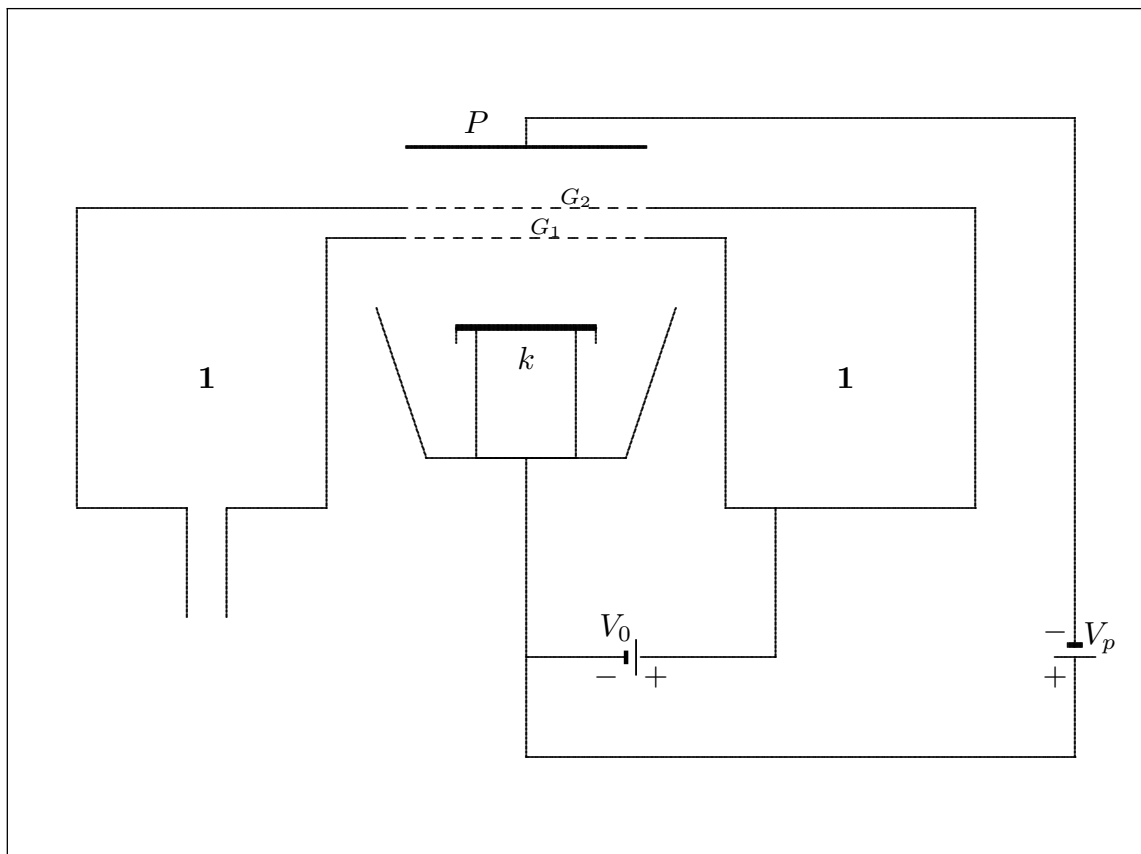


fig.23.1-1

Esso fa uso della sola cavità risonante 1, connessa ad una sola coppia di griglie,  $G_1$   $G_2$ , che agisce, sia da modulatrice (durante il viaggio di andata degli elettroni) sia da captatrice (durante il viaggio di ritorno).

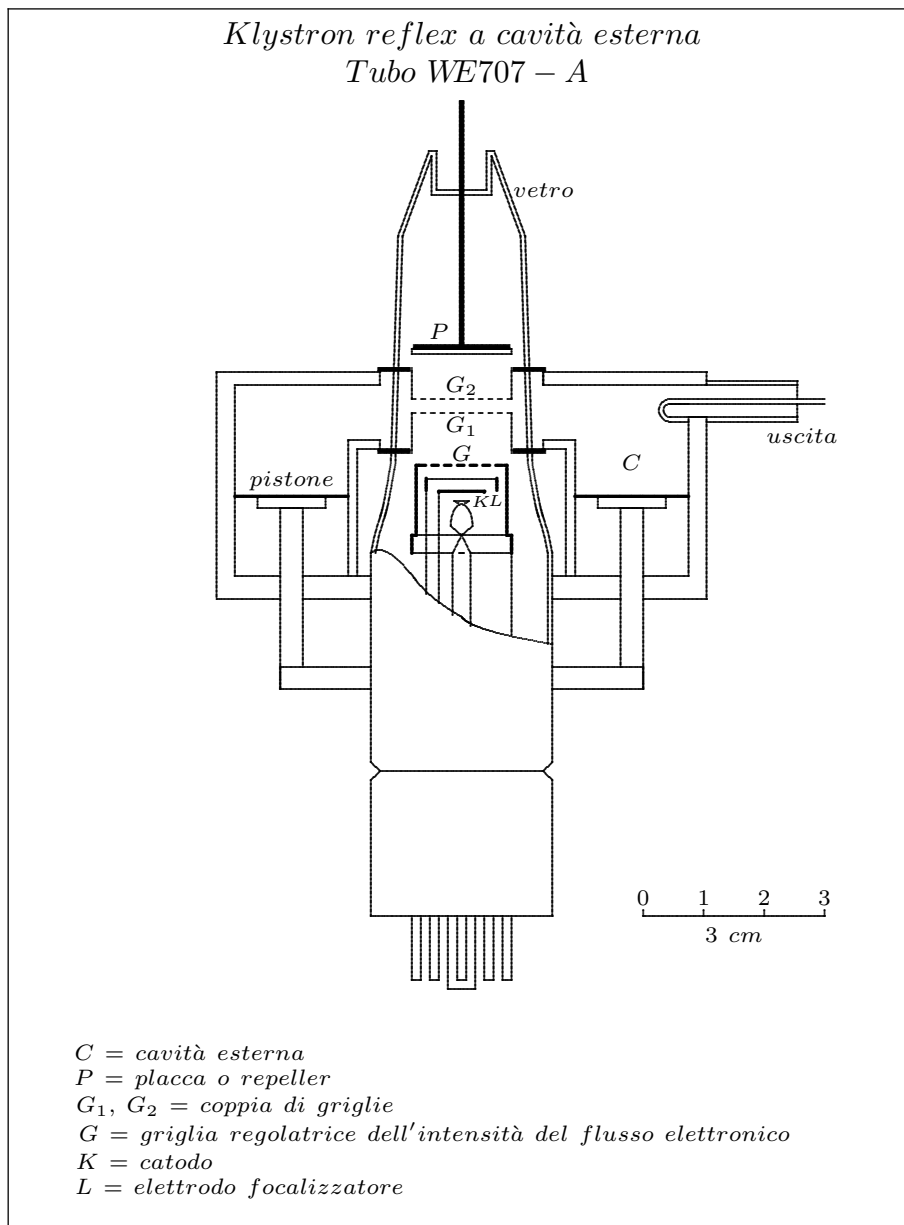


fig.23.1-2

Gli elettroni uscenti dal catodo  $K$ , convenientemente focalizzati dall'elettrodo  $L$  ed accelerati dalla differenza di potenziale  $V_0$ , attraversano la coppia di griglie  $G_1 G_2$  dove subiscono la modulazione di velocità; entrano poi nello spazio fra  $G_2$  e l'elettrodo repulsore  $P$ , questo essendo portato ad un potenziale più negativo del catodo crea un campo frenante; perciò il moto degli elettroni dopo essere stato rallentato, s'inverte di direzione.

Nel percorso di andata e ritorno compiuto entro lo spazio fra  $G_2$  e  $P$ , in seguito alla modulazione di velocità impressa da  $G_1$  e  $G_2$ , gli elettroni si raggruppano; essi perciò attraversano nuovamente la coppia di griglie nel senso  $G_2 G_1$  in pacchetti capaci di cedere energia alla cavità connessa a  $G_1 G_2$  provocando così l'autoeccitazione.

### 23.2 - Raggruppamento degli elettroni modulati in velocità in un campo ritardatore.

Supponiamo che nello spazio compreso fra gli elettrodi  $G_2$  e  $P$ , posti a distanza  $D$ , il potenziale diminuisca con legge lineare in funzione della distanza  $x$  a partire da  $G_2$ , cioè che il gradiente di potenziale sia negativo, costante e pari a  $-\frac{(V_0 + V_p)}{D}$ .

In tale ipotesi l'andamento del diagramma del potenziale in funzione della distanza è rappresentato in figura 23.2-1:

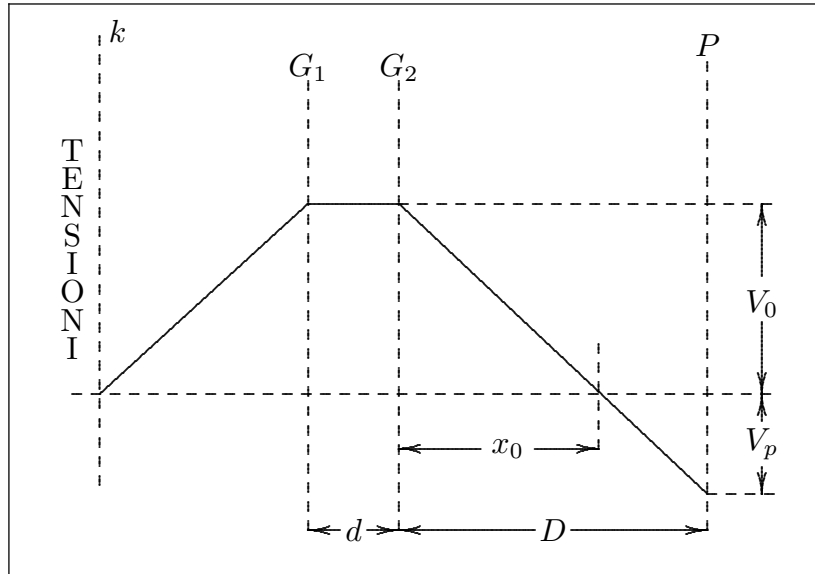


fig.23.2-1

Ci proponiamo di trovare la legge del moto degli elettroni.

In un punto generico  $x$  compreso fra  $G_2$  e  $P$  si ha:

$$a = \frac{du_x}{dt} = -\frac{e}{m_0} \frac{V_0 + V_p}{D} \quad (23.2.1)$$

perciò, indicando con  $u$  la velocità di uscita degli elettroni da  $G_2$ , ossia per  $t = t_0$ , risulta:

$$u_x = \int a dt = u - \frac{e}{m_0} \frac{V_0 + V_p}{D} (t - t_0) \quad (23.2.2)$$

$$x = \int u_x dt = u(t - t_0) - \frac{1}{2} \frac{e}{m_0} \frac{V_0 + V_p}{D} (t - t_0)^2 \quad (23.2.3)$$

Quindi l'accelerazione è costante negativa, la velocità decresce uniformemente col tempo e la distanza percorsa dall'elettrone è funzione parabolica del tempo; allora se si tracciano i diagrammi "spazio-tempo" degli elettroni fra  $G_2$  e  $P$  si otterranno, in luogo di rette, parabole rivolte verso il basso.

Supponendo che il potenziale acceleratore degli elettroni applicato fra catodo e  $G_1$  sia  $V_0$  e quello modulatore esistente fra  $G_1$  e  $G_2$  sia  $-V \sin \omega t_0$  (la ragione del segno negativo si vedrà fra poco), la velocità  $u$  di uscita degli elettroni da  $G_2$  dipende dal potenziale totale:

$$V_0 - V \sin \omega t_0 = V_0(1 - \alpha \sin \omega t_0) \quad (23.2.4)$$

Questa velocità allora è data da:

$$u = u_0 \sqrt{1 - \alpha \sin \omega t_0} \simeq u_0 \left(1 - \frac{\alpha}{2} \sin \omega t_0\right) \quad (23.2.5)$$

essendo  $u_0$  la velocità degli elettroni in assenza di tensione modulatrice.

Ovviamente la massima distanza di penetrazione dell'elettrone dipende da  $u$ . Per trovarla imponiamo  $u_{x_{\max}} = 0$  ottenendo:

$$u = \frac{e}{m_0} \frac{V_0 + V_p}{D} (t - t_0) \quad (23.2.6)$$

Ricavando  $(t - t_0)$  dalla (23.2.6) e sostituendolo nella (23.2.3) si ottiene:

$$x_{\max} = \frac{1}{2} \frac{m_0}{e} \frac{D}{V_0 + V_p} u^2 \quad (23.2.7)$$

ossia:

$$x_{\max} = \frac{1}{2} \frac{m_0}{e} \frac{D}{V_0 + V_p} u_0^2 (1 - \alpha \sin \omega t_0) \quad (23.2.8)$$

Si noti che il tempo  $t_0$  che compare in  $\sin \omega t_0$  corrisponde all'istante in cui l'elettrone considerato attraversa la mezzaria fra  $G_1$  e  $G_2$  (se la distanza  $d$  fra le due griglie è sufficientemente piccola,  $t_0$  si può ritenere coincidente con l'istante di uscita degli elettroni di  $G_2$ ) e può essere considerato come la variabile indipendente.

La figura 23.2-2 rappresenta un esempio di diagramma "spazio-tempo" che illustra chiaramente il fenomeno di raggruppamento per i seguenti parametri:  $V = 2000 V$ ,  $V_p = 500 V$  e  $D = 1$ . Si può provare che al variare di  $V_p$  la posizione dei raggruppamenti si sposta sull'asse delle ascisse; bisogna, come vedremo nel prossimo paragrafo, trovare il giusto valore di  $V_p$  per ottimizzare la cessione di energia.

Una importante osservazione è la seguente: il raggruppamento avviene intorno a quegli elettroni che attraversano la coppia di griglie nell'istante in cui il potenziale modulatore passa per lo zero mentre diminuisce, contrariamente a quanto succede nel klystron a due coppie di griglie nel quale i pacchetti si formano attorno agli elettroni che attraversano la coppia di griglie modulatrici quando il potenziale passa per lo zero mentre aumenta.

Ciò succede perchè quegli elettroni che entrano nel campo ritardatore fra  $G_2$  e  $P$  con maggiore velocità penetrano più profondamente e impiegano un tempo più lungo per ritornare fra le due griglie.

Di conseguenza gli elettroni più lenti ritorneranno prima e potranno raggiungere quelli più veloci.

Ecco perchè se si vuole assumere come istante di partenza ( $t_0 = 0$ ) quello in cui la tensione  $v$  fra  $G_2$  e  $G_1$  passa per zero mentre diminuisce, occorre usare nell'espressione di  $v$  il segno meno, cioè si pone:

$$v = -V \sin \omega t_0 \quad (23.2.9)$$

Programma 'Matlab' per il grafico del diagramma di Applegate per il klystron reflex.

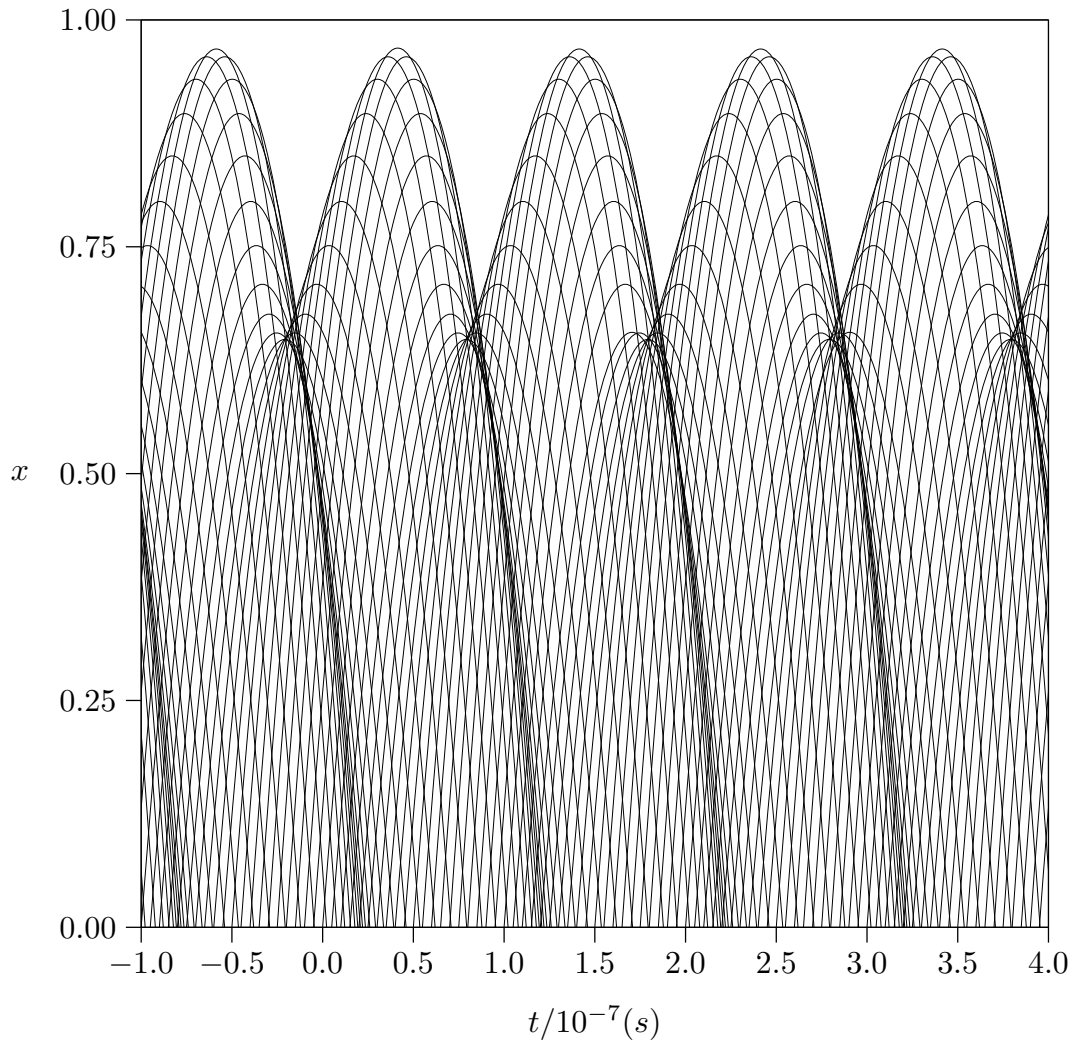
**REFLEX.m**

```

delete(get (0, 'children'));
alfa=0.2;
V0=2000;
VP=500;
D=1;
T=1e-7;
qe=1.6e-19;
m0=9.11e-31;
u0=sqrt((2.*qe.*V0)./m0);
x0max=(1./2).*(m0./qe).*(D./(V0+VP)).*u0.*u0;
axes('Position',[0.1 0.3 .8 .8])
for tau0=-4e-7:0.05e-7:9e-7
tau=-4e-7:0.1e-7:9e-7;
x1=u0.*(1-(alfa./2).*sin(2.*pi./T.*tau0)).*(tau-tau0);
x2=(0.5.*qe./m0).*((V0+VP)./D).*(tau-tau0).^2;
x=x1-x2;
hold on
plot(tau,x)
xlabel ('t')
ylabel ('x')
title ('Diagramma di Applegate per il klystron reflex')
axis ([-1e-7,4e-7, 0, 1.5])
end
axes('Position',[0.1 0.1 .8 .1])
tau0=-1e-7:.01e-7:4e-7;
y=-sin(2.*pi./T.*tau0);
plot(tau0,y)
axis ([-1e-7,4e-7, -1, 1])
xlabel ('t_0')
grid on
text(1.2e-7,-3,'fig.23.2-2')
title ('Tensione applicata normalizzata (sin2\pi\tau_0)')

```

Diagramma di Applegate per il klystron reflex



Tensione applicata normalizzata ( $\sin 2\pi \frac{t_0}{T}$ )

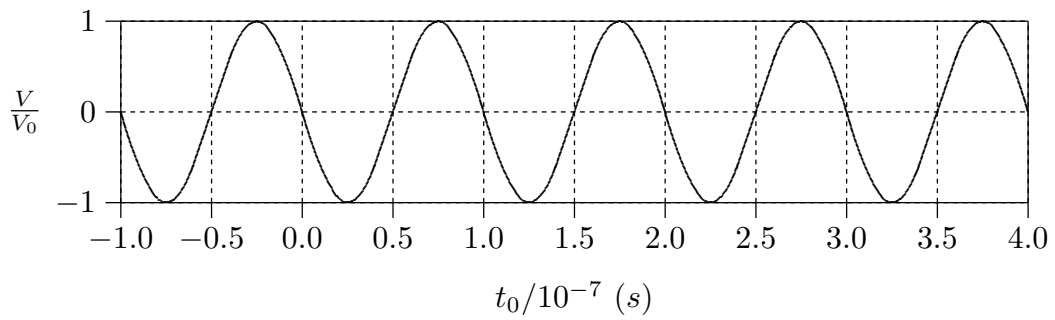


fig.23.2-2

**23.3 - Condizioni di massima utilizzazione dell'energia dei pacchetti di elettroni.**

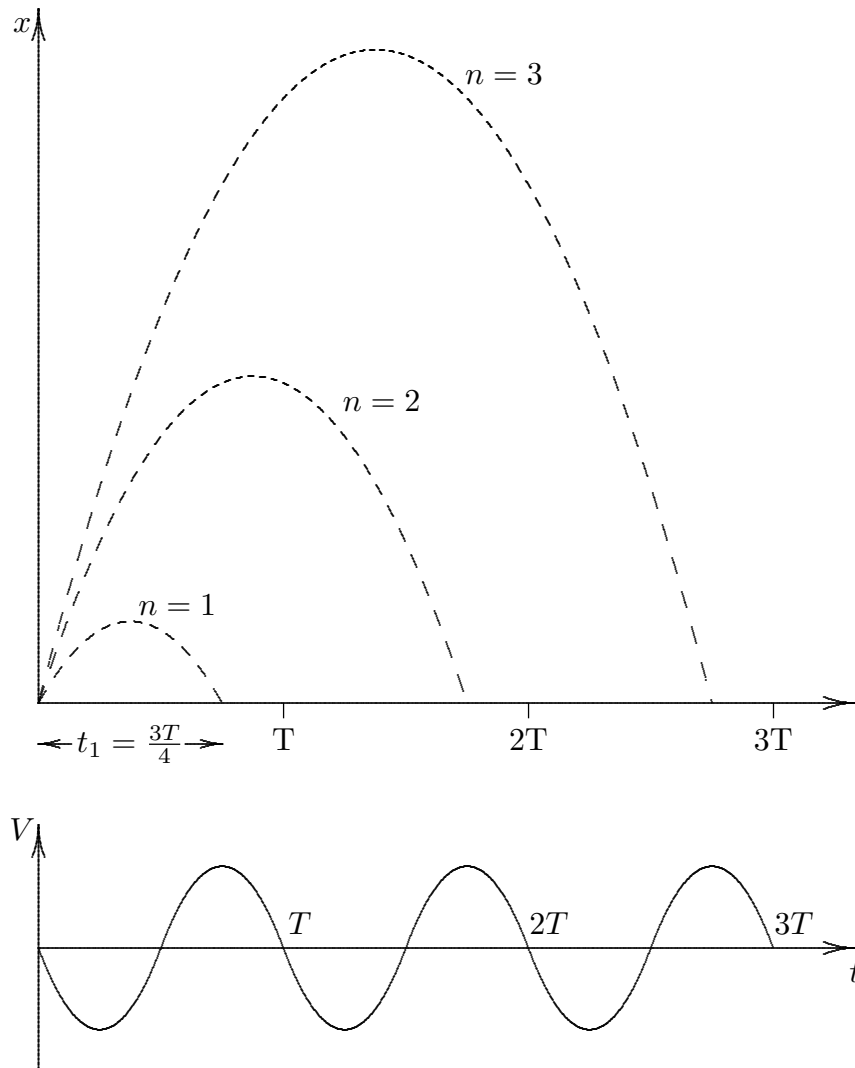


fig.23.3-1

Per ottenere che i pacchetti di elettroni cedano energia alla cavità connessa alla coppia di griglie, occorre ovviamente che il campo esistente fra queste sia tale da opporsi al moto degli elettroni che, lungo il viaggio di ritorno, attraverseranno raggruppati  $G_2$  e  $G_1$ ; occorre cioè che  $G_2$  sia positiva rispetto a  $G_1$ .

L'energia ceduta alla cavità sarà massima quando sarà massimo l'effetto frenante cioè quando il pacchetto attraversa la coppia di griglie nel momento in cui la tensione fra  $G_2$  e  $G_1$  è massima. Affinchè si verifichi tale condizione, come risulta dalla figura 23.3-1 occorre che la durata  $t_n$  delle traiettorie sia uguale ad un numero intero meno un quarto di periodo, cioè:

$$\boxed{t_n = \left(n - \frac{1}{4}\right) T} \tag{23.3.1}$$

In figura 23.3-1 sono disegnate le traiettorie degli elettroni che passano fra le griglie nell'istante  $t_0 = 0$  cioè quando la tensione modulatrice è nulla e decrescente (attorno a tali elettroni si formano i pacchetti elettronici) per  $n = 1$ ,  $n = 2$ , ed  $n = 3$ .

Un elettrone che nel viaggio di andata attraversa la coppia di griglie nell'istante  $t_0$ , ritorna ad attraversarle in senso opposto nell'istante  $t$  dato dalla somma di  $t_0$  più il tempo  $t_x$  impiegato durante il viaggio; quest'ultimo tempo si ricava a partire dalla relazione (23.2.3) che riscriviamo

$$x = ut - \frac{1}{2} \frac{e}{m_0} \frac{V_0 + V_p}{D} t^2$$

imponendo  $x = 0$  si ottiene:

$$t_x = 2 \frac{m_0}{e} \frac{Du}{V_0 + V_p} = 2 \frac{m_0}{e} \frac{D}{V_0 + V_p} u_0 \left(1 - \frac{\alpha}{2} \sin \omega t_0\right) \tag{23.3.2}$$

Se si vuole che per  $t_0 = 0$  gli elettroni, attorno ai quali si formano i pacchetti, riattraversino le griglie nell'istante in cui la tensione fra esse è massima occorre porre  $t_0 = 0$  nella (23.3.2) e uguagliare la stessa con la (23.3.1):

$$t_n = 2 \frac{m_0}{e} \frac{D}{V_0 + V_p} u_0 = \left(n - \frac{1}{4}\right) T \tag{23.3.3}$$

Per rendere soddisfatta quest'ultima relazione occorre regolare convenientemente  $V_0$  (che agisce su  $u_0$ ) e/o  $V_p$ .

Anche in questo caso come nel caso di un klystron a due cavità si può riportare in un grafico il tempo  $t$  in funzione di  $t_0$  (o  $\tau$  in funzione di  $\tau_0$ ).

Si ha:

$$t_x = 2 \frac{m_0}{e} \frac{D}{V_0 + V_p} u_0 \left(1 - \frac{\alpha}{2} \sin \omega t_0\right)$$

ossia, ponendo:

$$t_{x0} = 2 \frac{m_0}{e} \frac{D}{V_0 + V_p} u_0 = \underbrace{\text{tempo medio di viaggio o}}_{\text{tempo di raggruppamento}} \tag{23.3.4}$$

$$t_x = t_{x0} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \sin \omega t_0\right) = \underbrace{\text{tempo di viaggio}} \tag{23.3.5}$$



Il tempo totale  $t$  a partire dall'istante zero è allora:

$$t = t_0 + t_x = t_0 + t_{x0} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \sin \omega t_0\right) \quad (23.3.6)$$

La tangente alla curva si ottiene derivando la (23.3.6) ottenendo

$$\frac{dt}{dt_0} = 1 - \pi \alpha \frac{t_{x0}}{T} \cos \omega t_0 = 1 - k \cos \omega t_0 \quad (23.3.7)$$

dove si è posto

$$k = \pi \alpha \frac{t_{x0}}{T} = \text{parametro di raggruppamento.}$$

Allorchè la derivata ha valore nullo vuol dire che elettroni, che passano fra le griglie in istanti diversi entro un certo intervallo, ritornano fra esse nello stesso istante formando così un addensamento teoricamente infinito.

Ponendo  $\frac{dt}{dt_0} = 0$  per  $t_0 = 0$  si ha  $k = 1$ , per  $k < 1$  si ottiene nello stesso istante un massimo non infinito; per  $k > 1$  si ottengono due massimi infiniti: uno di essi precede, l'altro segue l'istante  $t_{x0}$ .

Per quanto riguarda la corrente, si può dimostrare che la corrente  $I_1$ , che nel viaggio di ritorno degli elettroni riattraversa la coppia di griglie, riferita alla corrente media  $I_0$ , è data da:

$$I_1 = 2I_0 J_1(k) \quad (23.3.8)$$

in cui:

$$I_0 = \underbrace{\text{corrente media del fascio elettronico di ritorno}}$$

$$k = \pi \alpha \frac{t_{x0}}{T}$$

$$\alpha = \frac{V}{V_0} = \frac{kT}{\pi t_{x0}} = \frac{k}{\pi \left(n - \frac{1}{4}\right)} \quad (23.3.9)$$

$$J_1(k) = \underbrace{\text{funzione di Bessel di prima specie, ordine 1 e argomento } k}$$

### 23.4 - Ammettenza propria del fascio elettronico.

La fase della corrente  $I_1$  rispetto alla tensione  $V$  dipende dal tempo medio di viaggio  $t_{x0}$ . Se tale intervallo di tempo soddisfa la condizione vista sopra, la  $I_1$  risulta in opposizione di fase con  $V$ .

Se invece  $t_{x0} \neq t_n$  in generale  $I_1$  si potrà scrivere sotto la forma:

$$I_1 = 2I_0 J_1(k) \left( \sin \omega t_{x0} + i \cos \omega t_{x0} \right) \quad (23.4.1)$$

si osservi infatti che per  $t_{x0} = t_n = \left( n - \frac{1}{4} \right) T$  si ha  $\sin \omega t_{x0} = -1$  (opposizione di fase) e  $\cos \omega t_{x0} = 0$ .

Il rapporto

$$Y_1 = \frac{I_1}{V} \quad (23.4.2)$$

si può chiamare **ammettenza propria** del fascio elettronico sulla frequenza fondamentale di accordo della cavità. Poichè dalla (23.3.9) si ha:

$$V = \alpha V_0 = \frac{k}{\pi} \frac{T}{t_{x0}} V_0$$

sostituendo nella (23.4.2) risulta:

$$Y_1 = \frac{I_1}{V} = 2\pi \frac{I_0}{V_0} \frac{t_{x0}}{T} \frac{J_1(k)}{k} \left( \sin \omega t_{x0} + i \cos \omega t_{x0} \right) \quad (23.4.3)$$

Ponendo:

$$G_0 = \frac{I_0}{V_0} = \frac{1}{R_0} = \text{conduttanza statica del fascio elettronico.} \quad (23.4.4)$$

$$\Theta_{x0} = 2\pi \frac{t_{x0}}{T} = \text{durata media del viaggio degli elettroni in radianti} \quad (23.4.5)$$

che chiameremo angolo di transito medio.

si ha:

$$Y_1 = \Theta_{x0} G_0 \frac{J_1(k)}{k} \left( \sin \Theta_{x0} + i \cos \Theta_{x0} \right) \quad (23.4.6)$$

che si può scrivere:

$$Y_1 = G_1 + iB_1 \quad (23.4.7)$$

dove:

$$G_1 = \Theta_{x0} G_0 \frac{J_1(k)}{k} \sin \Theta_{x0} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{conduttanza} \\ \text{dinamica del fascio} \end{array} \right. \quad (23.4.8)$$

$$B_1 = \Theta_{x0} G_0 \frac{J_1(k)}{k} \cos \Theta_{x0} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{suscettanza} \\ \text{dinamica del fascio} \end{array} \right. \quad (23.4.9)$$

### Conduttanza dinamica del fascio

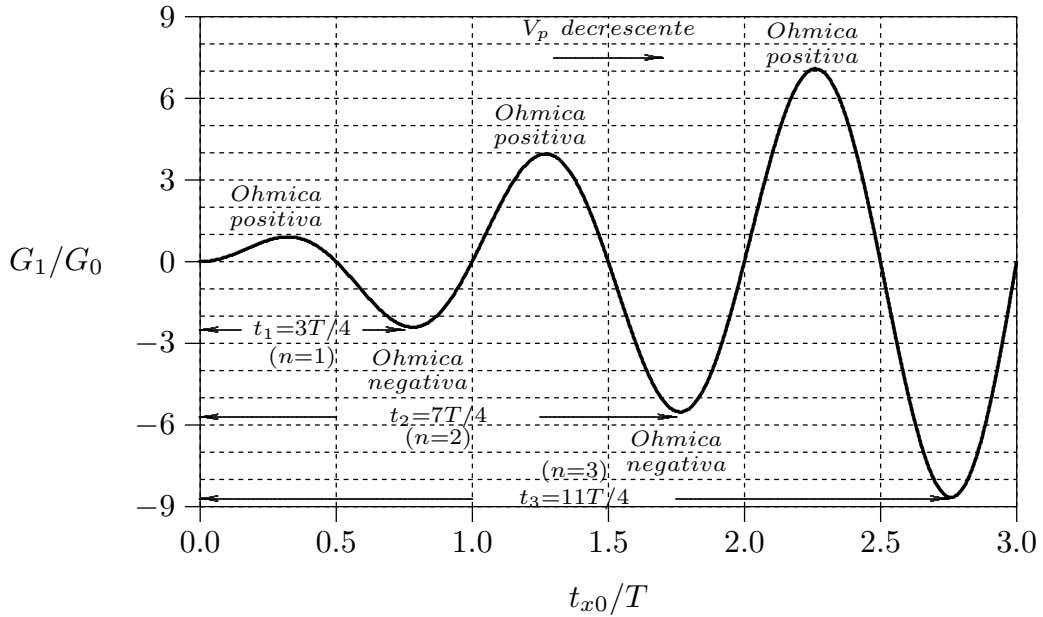


fig.23.4-1a

### Suscettanza dinamica del fascio

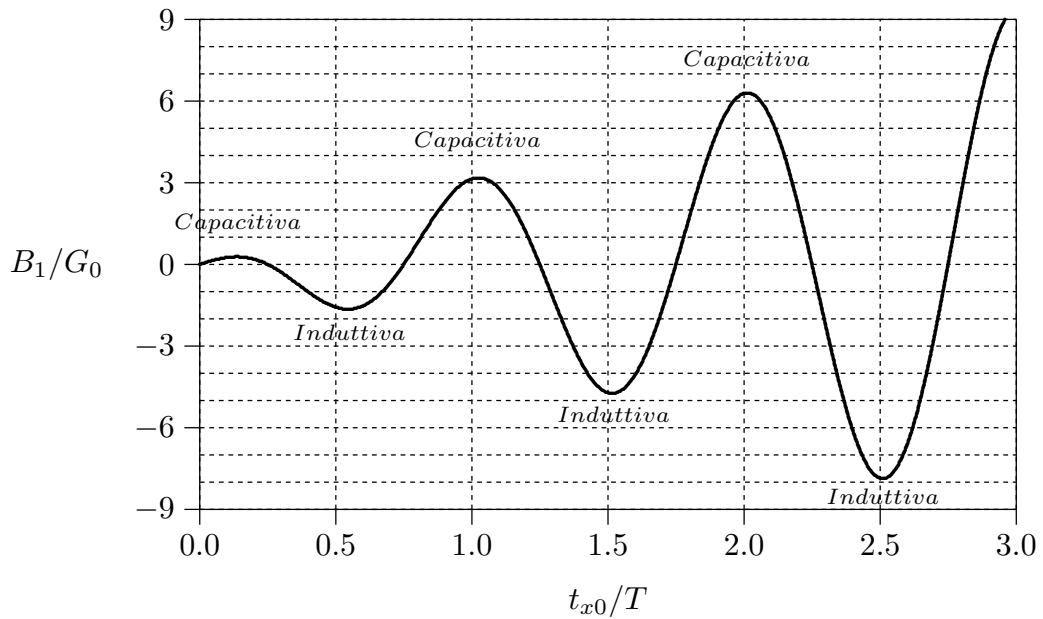


fig.23.4-1b

Le figure 23.4-1a e 23.4-1b (per  $k = 0$ ) mettono in evidenza che l'ammettenza  $Y_1$  del fascio elettronico assume, al variare di  $t_{x0}$  (cioè della tensione acceleratrice  $V_0$  e di quella ritardatrice  $V_p$ ) alternativamente natura capacitiva, ohmica, induttiva e ohmica negativa. **Quest'ultima natura significa ovviamente che il tubo è in grado di compensare l'energia dissipata da un circuito esterno e, quando la compensazione è completa, cioè quando la conduttanza negativa del fascio è superiore a quella positiva (di perdita) del**

circuito esterno, il sistema entra in regime di oscillazioni spontanee cioè diviene generatore.

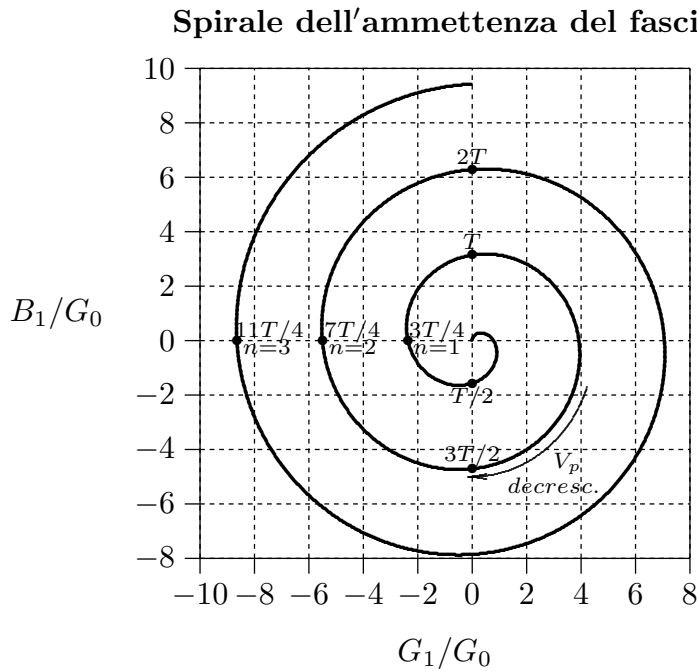


fig.23.4-2

Dalle figure 23.4-1 e 23.4-2 si vede che i massimi di conduttanza negativa si ottengono negli istanti  $3\frac{T}{4}, 7\frac{T}{4}, 11\frac{T}{4}$  e che in tali istanti risulta:

$n$	1	2	3	...
$t$	$3\frac{T}{4}$	$7\frac{T}{4}$	$11\frac{T}{4}$	...
$-\frac{G_1}{G_0}$	$\frac{3}{4}\pi = 2.36$	$\frac{7}{4}\pi = 5.5$	$\frac{11}{4}\pi = 8.64$	...

Questi calcoli sono stati eseguiti per  $k = 0$ .

Perciò, se per esempio un sistema risonante (cavità) connesso fra le due griglie di un klystron reflex ha una conduttanza positiva di perdita  $G = 4G_0$ , il sistema non può oscillare se il tempo medio di transito è pari a  $\frac{3}{4}T$  perchè in tali condizioni la conduttanza negativa  $-G_1 = 2.36G_0$  non riesce a superare quella  $G$  del sistema risonante; se invece, regolando le tensioni  $V_0$  e  $V_p$ , si fa in modo che il tempo di transito sia dell'ordine di  $\frac{7}{4}T$ , il klystron oscillerà perchè  $-G_1 = 5.5G_0$  supera  $G = 4G_0$ .

In generale possiamo dire che la condizione di persistenza è caratterizzata non solo dall'annullamento della conduttanza totale ma anche dall'annullamento della suscettanza

totale (risonanza), cioè:

$$G + G_1 = 0 ; \quad B + B_1 = 0 \implies Y + Y_1 = 0 \quad (23.4.10)$$

dove:  $G$ ,  $B$ ,  $Y$  sono relative al circuito risonante, mentre  $G_1$ ,  $B_1$ ,  $Y_1$  al fascio elettronico del klystron.

---

Fine del Cap.23