

## Propagazione di microonde e onde millimetriche

### 14.1 - Generalità

Nella regione delle microonde e delle onde millimetriche dove cioè l'intervallo di frequenza varia da  $f = 1\text{GHz}$  ( $\lambda_0 = 30\text{cm}$ ) a  $f = 300\text{GHz}$  ( $\lambda_0 = 1\text{mm}$ ), la ionosfera è trasparente poichè  $\omega$  è molto più grande della frequenza di plasma  $\omega_p$ .

La propagazione delle onde in questo intervallo di frequenza è essenzialmente "line of sight" cioè diretta. Vi saranno fenomeni di interferenza causati dall'onda riflessa dal suolo, ma essa non è così intensa come nel caso di frequenze più basse in quanto la rugosità del suolo è molto più grande della lunghezza d'onda. Così la radiazione riflessa dal suolo è più diffusa con una debolissima componente riflessa specularmente. Nel caso in cui sia presente un suolo liscio oppure una superficie d'acqua vi sarà riflessione speculare e i fenomeni d'interferenza possono essere significativi, in tal caso il diagramma di radiazione presenterà una struttura a lobi.

I fattori più importanti da prendere in considerazione alle lunghezze d'onda di qualche cm o più corte sono l'attenuazione e lo scattering dovuti alla pioggia e alla neve, e per onde millimetriche, l'attenuazione che può essere molto alta, dovuta alla nebbia, al vapore acqueo e ad altri gas presenti nell'atmosfera. Un altro fenomeno che influenza la propagazione di microonde e di onde millimetriche è lo scattering dovuto a irregolarità nell'indice di rifrazione della troposfera.

### 14.2 - Attenuazione dovuta alla pioggia

Le onde radio che si propagano attraverso la pioggia sono attenuate a causa dello assorbimento di potenza dovuto al mezzo non perfettamente dielettrico rappresentato dall'acqua. Vi è anche una perdita di energia dell'onda che arriva ad una trasmittente a causa dello "scattering" provocato dalle gocce di pioggia. Le perdite dovute allo "scattering" sono generalmente più piccole di quelle dovute all'assorbimento. La teoria per il calcolo dell'attenuazione e dello scattering dovuti alla pioggia è basata sul calcolo dello assorbimento e della "sezione d'urto di scattering" di una singola goccia di pioggia. Il calcolo è semplice nell'ipotesi di goccia sferica di raggio non più grande di  $\lambda_0/10$ . In questa situazione può essere applicata la teoria dello "scattering di Rayleigh". Poichè il raggio delle gocce di pioggia può variare da una frazione di millimetro a qualche millimetro, la teoria di Rayleigh è generalmente valida per lunghezze d'onda maggiori di 3cm o qualcosa meno. L'ipotesi di gocce sferiche non è valida in quanto le gocce di pioggia, durante la loro caduta, sotto l'influenza di forze aerodinamiche e di forze di pressione, assumono la forma di sferoide oblato o una forma appiattita.

Tuttavia a frequenze più basse può essere assunto un raggio di una sfera equivalente. A lunghezze d'onda millimetriche è importante considerare la forma della goccia, e la determinazione della "cross section" è molto più difficile e laboriosa. Con i moderni metodi di calcolo la limitazione non è data dalla difficoltà di calcolo ma dalla conoscenza della forma

della goccia, che dipende dalle dimensioni e dalla velocità di caduta. Noi considereremo soltanto il caso in cui si può applicare la teoria di Rayleigh.

Consideriamo una goccia d'acqua di forma sferica di raggio  $a$  molto più piccolo della lunghezza d'onda dell'onda piana incidente. La goccia è rappresentata dalla **costante dielettrica complessa relativa**  $k = k' - ik''$ ,  $\left(k' = \epsilon_r ; k'' = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega}\right)$ .

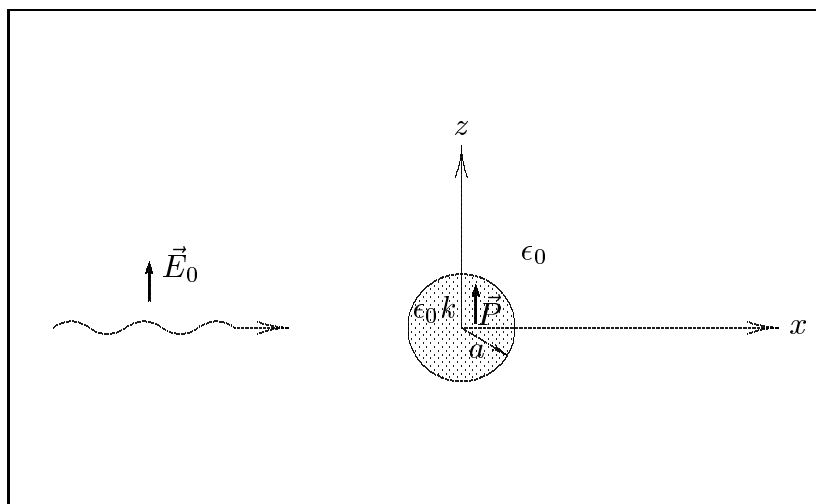


fig.14.2-1

La goccia viene investita da un'onda elettromagnetica piana, polarizzata linearmente, il cui vettore campo elettrico incidente è dato da:

$$\vec{E}_i = E_0 \hat{z} e^{-ik_0 x} e^{i\omega t} \quad (14.2.1)$$

In virtù delle ipotesi fatte  $a \ll \lambda$ , il campo elettrico incidente sulla goccia è essenzialmente uniforme ed eguale ad  $E_0 \hat{z}$ .

Con codesta considerazione possiamo affermare che la polarizzazione prodotta nella sfera è la stessa di quella prodotta in una sfera dielettrica sotto l'azione di un campo elettrostatico uniforme. Essa è data da:

$$\vec{P} = 3 \frac{k-1}{k+2} \epsilon_0 E_0 \hat{z} \quad (14.2.2)$$

Il momento di dipolo totale della goccia d'acqua  $\vec{P}_0$  è ottenuto moltiplicando la polarizzazione per il volume della goccia:

$$\vec{P}_0 = \frac{4}{3} \pi a^3 \vec{P} = 4\pi a^3 \frac{k-1}{k+2} \epsilon_0 E_0 \hat{z} \quad (14.2.3)$$

La (14.2.2) e (14.2.3) mancano del fattore di fase temporale  $e^{i\omega t}$ .

La sfera si comporterà pertanto come un dipolo hertziano il cui elemento di corrente  $I dl$  è equivalente alla derivata rispetto al tempo del momento di dipolo cioè  $I dl = i\omega P_0$ .

Pertanto la goccia irradierà un campo elettromagnetico che si sovrapporrà al campo incidente.

Tale campo irradiato nella “far zone” è dato da:

$$\vec{E}_S = -\omega Z_0 k_0 P_0 \sin \theta \frac{e^{-ik_0 r}}{4\pi r} \hat{e}_\theta \quad (14.2.4)$$

Il diagramma di radiazione di una piccola sfera dielettrica è lo stesso di quello competente ad un piccolo dipolo elettrico.

La potenza totale emessa dalla sfera (potenza scatterata) è:

$$P_S = \frac{1}{2} Y_0 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |E_S|^2 r^2 \sin \theta d\theta d\phi = \frac{\omega^2 k_0^2 Z_0}{12\pi} |\vec{P}_0|^2 \quad (14.2.5)$$

Sostituendo l'espressione di  $P_0$  nella (14.2.5) si ottiene:

$$P_S = \frac{4}{3} \pi a^2 (k_0 a)^4 Y_0 |E_0|^2 \left| \frac{k-1}{k+2} \right|^2 \quad (14.2.6)$$

Questa è la formula di Rayleigh o la potenza scatterata (diffusa) per grandi lunghezze d'onda.

Si definisce “sezione di scattering” (scattering cross section) la potenza totale diffusa diviso la potenza incidente per unità di superficie.

Si ha quindi:

$$\sigma_S = \frac{P_S}{\frac{1}{2} Y_0 |E_0|^2} = \frac{8}{3} \pi a^2 (k_0 a)^4 \left| \frac{k-1}{k+2} \right|^2 \quad (14.2.7)$$

Calcoliamo, ora, la densità di potenza diffusa all'indietro (backscattered). Essa è data da:

$$\mathcal{P}_{BS} = \left[ \frac{1}{2} Y_0 |E_S|^2 \right]_{\theta = \frac{\pi}{2}} = \frac{\omega^2 k_0^2 |P_0|^2 Z_0}{32\pi^2 r^2} \quad (14.2.8)$$

Sostituendo l'espressione di  $P_0$  nella (14.2.8) si ha:

$$\mathcal{P}_{BS} = \frac{\omega^2 k_0^2 Z_0}{32\pi^2 r^2} (4\pi a^3)^2 \left| \frac{k-1}{k+2} \right|^2 \epsilon_0^2 |E_0|^2 \quad (14.2.9)$$

Indicando con  $\mathcal{P}_i$  la densità di potenza incidente si ha  $|E_0|^2 = \frac{2\mathcal{P}_i}{Y_0}$ , dunque:

$$\mathcal{P}_{BS} = \frac{2\omega^2 k_0^2 Z_0^2}{32\pi^2 r^2} (4\pi a^3)^2 \left| \frac{k-1}{k+2} \right|^2 \epsilon_0^2 \mathcal{P}_i = \frac{a^2 (k_0 a)^4}{r^2} \left| \frac{k-1}{k+2} \right|^2 \mathcal{P}_i \quad (14.2.10)$$

Si definisce “radar backscatter cross section” la quantità

$$\sigma_{BS} = \frac{4\pi r^2 \mathcal{P}_{BS}}{\mathcal{P}_i} = 4\pi a^2 (k_0 a)^4 \left| \frac{k-1}{k+2} \right|^2 = \frac{3}{2} \sigma_S \quad (14.2.11)$$

Vediamo, adesso, di valutare la potenza assorbita dalla sfera.

Poichè il dielettrico di cui è costituita la sfera non è perfetto, certamente parte della potenza incidente verrà dissipata dentro la sfera.

La descrizione è simile a quella per i plasmi che sintetizziamo qui di seguito.

Si ha:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J} + i\omega \vec{D} = \sigma \vec{E} + i\omega \epsilon \vec{E} = i\omega \epsilon' \vec{E} = i\omega \vec{D}'$$

dove

$$\epsilon' = \epsilon - i\frac{\sigma}{\omega} \quad \text{costante dielettrica complessa}$$

$$\vec{D}' = \epsilon' \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}'$$

$$\vec{P}' = (\epsilon' - \epsilon_0) \vec{E} = \epsilon_0 (\epsilon_r' - 1) \vec{E}$$

Quindi:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = i\omega \epsilon_0 \vec{E} + i\omega \vec{P}'$$

La corrente di conduzione è contenuta nella parte immaginaria di  $\vec{P}'$ . Si ha cioè:

$$\vec{J} = \Re[i\omega \vec{P}'] \quad (14.2.12)$$

Pertanto indicando con  $\vec{J}_c = i\omega \vec{P}'$  la densità di corrente complessa, per il teorema di Poynting complesso si ha:

$$P_a = \frac{1}{2} \Re \left[ \int_0^a \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \vec{E} \cdot \vec{J}_c^* r^2 \sin \theta d\theta d\phi dr \right] = \frac{2}{3} \pi a^3 \Re[\vec{E} \cdot \vec{J}_c^*] \quad (14.2.13)$$

Nel nostro caso  $\vec{P}'$  coincide con  $\vec{P}$  dato dalla (14.2.2) ed  $\vec{E}$  è il **campo elettrico dentro il dielettrico** che è correlato a  $\vec{P}$  dalla relazione

$$\vec{P} = (k - 1)\epsilon_0 \vec{E} \quad (14.2.14)$$

Si ha, pertanto:

$$\vec{J}_c^* = -i\omega \vec{P}^*$$

Quindi:

$$\begin{aligned} \vec{E} \cdot \vec{J}_c^* &= -i \frac{\omega}{(k-1)\epsilon_0} |\vec{P}|^2 = -i9\epsilon_0 |E_0|^2 \omega \left| \frac{k-1}{k+2} \right|^2 \frac{1}{k-1} = \\ &= -i9|E_0|^2 k_0 Y_0 \left| \frac{k-1}{k+2} \right|^2 \left\{ \frac{(k'-1) + ik''}{(k'-1)^2 + (k'')^2} \right\} \\ \Re(\vec{E} \cdot \vec{J}_c^*) &= 9k_0 Y_0 \left| \frac{k-1}{k+2} \right|^2 \frac{k''}{(k'-1)^2 + (k'')^2} |E_0|^2 \end{aligned} \quad (14.2.15)$$

Ne segue che:

$$P_a = 6\pi a^3 k_0 Y_0 \left| \frac{k-1}{k+2} \right|^2 \frac{k'' |E_0|^2}{(k'-1)^2 + (k'')^2} \quad (14.2.16)$$

Definiamo “sezione d’urto di assorbimento” il rapporto fra la potenza assorbita (o dissipata) dalla sfera e la densità di potenza incidente, cioè:

$$\sigma_a = \frac{P_a}{\frac{1}{2} Y_0 |E_0|^2} = 12\pi a^2 (k_0 a) \left| \frac{k-1}{k+2} \right|^2 \frac{k''}{(k'-1)^2 + (k'')^2} \quad (14.2.17)$$

Il rapporto fra la sezione d’urto di assorbimento e la sezione d’urto di scattering è:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_S} = \frac{4.5}{(k_0 a)^3} \frac{k''}{(k'-1)^2 + (k'')^2} \quad (14.2.18)$$

Come esempio tipico consideriamo un fascio di microonde di frequenza  $\nu = 10\text{GHz}$  ( $\lambda_0 = 3\text{cm}$ );  $a = 1\text{mm}$ ,  $k' = 65.3$ ,  $k'' = 31.5$  allora

$$\boxed{\sigma_a = 3\sigma_s} \quad (14.2.19)$$

Il risultato (14.2.19) dimostra che la sezione d’urto di assorbimento è molto più grande della sezione d’urto di scattering. Per gocce ancora più piccole tale rapporto è anche più grande a causa del termine  $(k_0 a)^3$  al denominatore.

La sezione d’urto di estinzione  $\sigma_e$  è la somma delle sezioni d’urto di scattering e di assorbimento; si ha:

$$\sigma_e = \sigma_S + \sigma_a = \left[ \frac{8}{3} \pi a^2 (k_0 a)^4 + 12\pi a^2 (k_0 a) \frac{k''}{(k'-1)^2 + (k'')^2} \right] \left| \frac{k-1}{k+2} \right|^2 \quad (14.2.20)$$

Il rapporto  $\frac{\sigma_S}{\sigma_e}$  è chiamato “**albedo**” della particella.

La potenza totale diffusa e assorbita è data dal prodotto della densità di potenza incidente per la sezione d’urto d’estinzione.

### 14.3 - Propagazione attraverso la pioggia

Quando un’onda elettromagnetica si propaga attraverso la pioggia, incontra un gran numero di gocce d’acqua con raggio differente. Poichè  $\sigma_e$  è una funzione fortemente dipendente dal raggio  $a$  delle gocce è necessario prendere in considerazione la distribuzione delle dimensioni delle gocce.

Consideriamo una singola goccia di pioggia sulla quale incide un’onda elettromagnetica piana di densità di potenza  $\mathcal{P} = \frac{1}{2} Y_0 |E_0|^2$ .

La potenza totale diffusa e assorbita dalla goccia è:

$$P_{sa} = P_s + P_a = \sigma_e \frac{1}{2} Y_0 |E_0|^2 \quad (14.3.1)$$

Pertanto la variazione  $\Delta P$  della potenza incidente sulla sfera, in seguito all'interazione, é:

$$\Delta P = -P_{sa} = -\sigma_e \frac{1}{2} Y_0 |E_0|^2 \quad (14.3.2)$$

Consideriamo, adesso, uno strato di pioggia ed in particolare un volume contenuto in un parallelepipedo di spessore  $dz$  (assumiamo, ora, che la direzione di propagazione sia  $z$ ) e superficie di base  $\Delta S$ :

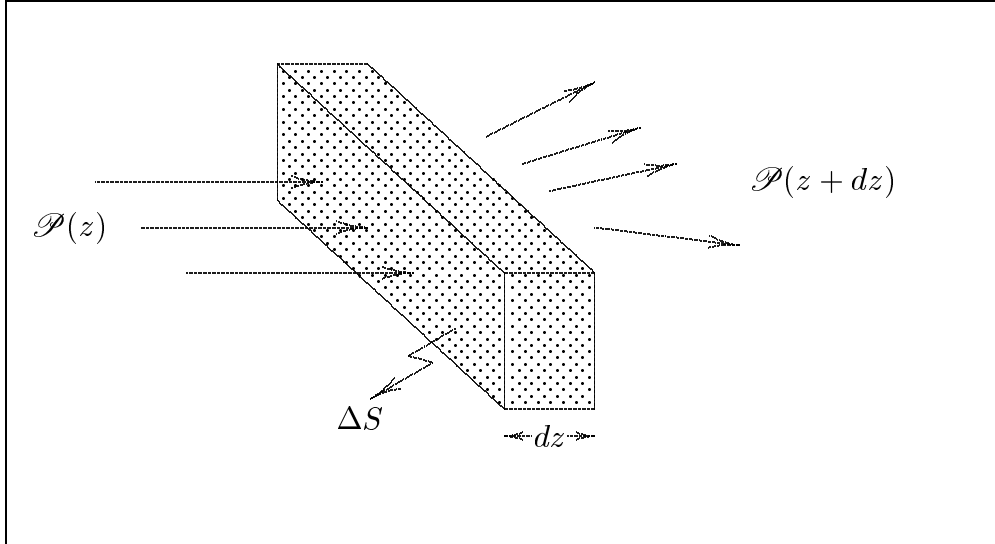


fig.14.3-1

Sia  $N(a)$  il numero di particelle per unità di volume il cui raggio è compreso fra  $a$  e  $a + da$ .  $N(a)da$  è il numero di particelle per unità di volume il cui raggio è compreso fra  $a$  e  $a + da$ .

Conseguentemente il numero di particelle contenuto nel volume considerato e di raggio compreso fra  $a$  e  $a + da$  è:

$$N(a)\Delta S dz da \quad (14.3.3)$$

La potenza totale diffusa e assorbita da tutte le gocce contenute nel volume (di qualunque raggio) è:

$$dP_{sa} = dP_s + dP_a = \Delta S dz \frac{1}{2} Y_0 |E_0|^2 \int_0^\infty \sigma_e(a) N(a) da \quad (14.3.4)$$

Pertanto la variazione  $dP$  della potenza incidente sulla superficie  $\Delta S$  è:

$$dP = -dP_{sa} = -\Delta S dz \frac{1}{2} Y_0 |E_0|^2 \int_0^\infty \sigma_e(a) N(a) da \quad (14.3.5)$$

che si può scrivere:

$$\frac{dP}{dz} = -\Delta S \frac{1}{2} Y_0 |E_0|^2 \int_0^\infty \sigma_e(a) N(a) da \quad (14.3.6)$$

Se indichiamo con  $P$  la potenza che incide sulla superficie  $\Delta S$  cioè:  $P = \frac{1}{2} Y_0 |E_0|^2 \Delta S$  si ottiene:

$$\frac{dP}{dz} = -P \int_0^\infty \sigma_e(a) N(a) da \quad (14.3.7)$$

È importante osservare che, poichè la distribuzione delle dimensioni delle gocce può variare lungo la direzione di propagazione dell'onda elettromagnetica a causa della non uniformità della pioggia, l'integrale che figura nella (14.3.7) è, in generale, una funzione di  $z$ .

Pertanto indicando con  $A(z)$  tale integrale, cioè:

$$A(z) = \int_0^\infty \sigma_e(a) N(a) da \quad (14.3.8)$$

la (14.3.7) si scrive:

$$\frac{dP}{dz} = -A(z)P \quad (14.3.9)$$

la cui soluzione è:

$$P(z) = P(0)e^{-\int_0^z A(z') dz'} \quad (14.3.10)$$

La teoria che abbiamo presentato risulta adeguata a descrivere l'attenuazione dovuta alla pioggia.

Essa, naturalmente, richiede la conoscenza della sezione di estinzione di ciascuna goccia, la distribuzione delle dimensioni delle gocce  $N(a)$  e la sua dipendenza dalla densità di pioggia  $R$ .

Generalmente, soltanto la densità di pioggia  $R$  può essere facilmente misurata; essa si misura in millimetri di acqua per ora. Una tenue pioggerellina corrisponde ad una densità di 0.25 mm/h, una pioggia leggera a 1 mm/h, una pioggia moderata a 4 mm/h, una pioggia forte a 16 mm/h e un forte piovasco fino a molti centimetri per ora. La distribuzione delle dimensioni delle gocce è una funzione del tasso di pioggia e presenta una grande concentrazione di grosse gocce per densità di pioggia intense.

**Marshall e Palmer** proposero la seguente formula empirica:

$$N(a) = N_0 e^{-\lambda a} \quad (14.3.11)$$

dove  $N_0 = 1,64 \cdot 10^4 \text{ mm}^{-1}/\text{m}^3$  e  $\lambda = 8,2 R^{-0.21} \text{ mm}^{-1}$  essendo  $R$  la densità di pioggia espressa in mm/h.

Il valore del raggio medio delle gocce contenute in un volume di pioggia di densità  $R$  è definito, allora:

$$\bar{a} = \frac{1}{N_T} \int_0^\infty a N(a) da \quad (14.3.12)$$

essendo  $N_T$  il numero totale di gocce per unità di volume definito da:

$$N_T = \int_0^\infty N(a) da \quad (14.3.13)$$

Si ha, pertanto:

$$\bar{a} = \frac{\int_0^{\infty} aN(a)da}{\int_0^{\infty} N(a)da} = \frac{\int_0^{\infty} aN_0e^{-\lambda a} da}{\int_0^{\infty} N_0e^{-\lambda a} da}$$

Ricordiamo che

$$\int xe^{-\alpha x} dx = -e^{-\alpha x} \left[ \frac{x}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} \right] \quad \text{e che} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ e^{-\alpha x} \left[ \frac{x}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} \right] \right\} = 0$$

risulta

$$\int_0^{\infty} aN_0e^{-\lambda a} da = \frac{N_0}{\lambda^2} \tag{14.3.14}$$

e

$$\int_0^{\infty} N_0e^{-\lambda a} da = -\frac{N_0}{\lambda} [e^{-\lambda a}]_0^{\infty} = \frac{N_0}{\lambda} \tag{14.3.15}$$

Ne segue:

$$\bar{a} = \frac{1}{\lambda} \tag{14.3.16}$$

ed in funzione del tasso di pioggia

$$\bar{a} = \frac{R^{0.21}}{8.2} \tag{14.3.17}$$

ed

$$N_T = N_0 \frac{R^{0.21}}{8.2} \tag{14.3.18}$$

Ne segue quindi che all'aumentare del tasso di pioggia aumenta con la stessa legge sia il numero totale di gocce per unità di volume che il valore del raggio medio delle gocce.

#### 14.4 - Distribuzione volumica di pioggia con gocce di raggio compreso fra $a$ e $a + da$

La formula (14.3.11) è stata dedotta da **Marshall** e **Palmer** sulla base di osservazioni sperimentali eseguite da **Laws** e **Parsons** nel 1943.

La prima misura della distribuzione delle dimensioni delle gocce di pioggia fu effettuata nel 1895 da **Wiesner** utilizzando il cosiddetto "metodo della carta assorbente" che consisteva nell'espore alla pioggia dei fogli di carta assorbente cosparsa di polvere colorata e misurare le dimensioni delle macchie causate dalle particelle d'acqua. Una relazione conosciuta convertiva le dimensioni degli spots sulla carta nelle dimensioni delle gocce. Il metodo è stato largamente utilizzato da altri investigatori. Un altro metodo spesso usato nelle misure delle dimensioni delle gocce è il "metodo farina".

In questo metodo un recipiente contenente polvere (farina) finissima veniva esposto alla pioggia e venivano misurate le dimensioni delle piccole palline prodotte dalla pioggia.

Si otteneva la distribuzione delle dimensioni delle gocce attraverso una conosciuta relazione fra la dimensione (o la massa) delle piccole palline e le dimensioni delle gocce.



Anche Laws e Parsons effettuarono le misure con tale metodo per diversi tipi di pioggia. Essi misurarono la percentuale di volume totale di pioggia competente a particelle di differenti intervalli nelle dimensioni.

Da tali distribuzioni Marshall e Palmer dedussero la (14.3.11). Cerchiamo, adesso, di dedurre tale distribuzione.

Indichiamo con  $N'(a)da$  il numero di particelle di raggio compreso fra  $a$  e  $a + da$  che attraversano l'unità di superficie per unità di tempo. Le dimensioni di  $N'(a)da$  sono  $[m^{-2}s^{-1}]$ . Allora il volume d'acqua che attraversa una superficie  $dS$  nell'unità di tempo è:

$$d^2V_{ol} = N'(a)da \frac{4}{3}\pi a^3 dS \quad [mm^3 s^{-1}] \quad (14.4.1)$$

Da cui:

$$\frac{d^2V_{ol}}{dS} = N'(a)da \frac{4}{3}\pi a^3 \quad \left[ \frac{mm^3}{m^2 s} \right] \quad (14.4.2)$$

Si definisce densità (o intensità) di pioggia o tasso di pioggia la grandezza

$$R = \int_0^\infty N'(a) \frac{4}{3}\pi a^3 da \quad \left[ \frac{mm^3}{m^2 s} \right] \quad (14.4.3)$$

Vediamo di correlare la grandezza  $N'(a)da$  con il numero di particelle per unità di volume  $N(a)da$ .

Le particelle che attraversano l'unità di superficie nell'unità di tempo sono quelle contenute in un volume (per esempio cilindrico) che ha per base la superficie unitaria e per altezza  $v(a)$ , dove  $v(a)$  è la velocità terminale delle particelle. Quindi:

$$N'(a)da = N(a)v(a)da \quad (14.4.4)$$

La (14.4.3) diventa:

$$R = \int_0^\infty N(a)v(a) \frac{4}{3}\pi a^3 da \quad \left[ \frac{mm^3}{m^2 s} \right] \quad (14.4.5)$$

Di solito  $R$  si esprime in  $mm/h$ ;

Esprimendo  $N(a)$  in  $\frac{mm^{-1}}{m^3}$ ,  $a$  in  $mm$ ,  $v(a)$  in  $m/s$  si ha:

$$R = 1,51 \cdot 10^{-2} \int_0^\infty N(a)v(a)a^3 da \quad \left[ \frac{mm}{h} \right] \quad (14.4.6)$$

In base a quanto detto, la frazione del totale volume d'acqua, che giunge al suolo, dovuta a gocce di raggio compreso fra  $a$  e  $a + da$  è:

$$m(a)da = \frac{N(a)v(a) \frac{4}{3}\pi a^3 da}{\int_0^\infty N(a)v(a) \frac{4}{3}\pi a^3 da} = \frac{1,51 \cdot 10^{-2} N(a)v(a)a^3 da}{R} \quad (14.4.7)$$

Per calcolare e graficare la (14.4.7) bisogna conoscere come varia la velocità terminale in funzione del raggio.

Le misure effettuate hanno dimostrato che la velocità di caduta aumenta all'aumentare delle dimensioni delle gocce; tuttavia il tasso di aumento diminuisce gradualmente non appena il raggio della goccia supera 1mm e quando il raggio raggiunge il valore di 2.5 mm circa, la velocità di caduta raggiunge il massimo ( $\sim 9m/s$ ).

Raggio,mm	Velocità,m/s	Raggio,mm	Velocità,m/s
0.25	2.1	1.75	8.35
0.50	3.9	2	8.70
0.75	5.3	2.25	9
1	6.4	2.5	9.2
1.25	7.3	2.75	9.35
1.50	7.9	3	9.5

Grafichiamo la (14.4.7) introducendo per  $v(a)$  i valori dati dalla tabella e per  $N(a)$  la (14.3.11), cioè:

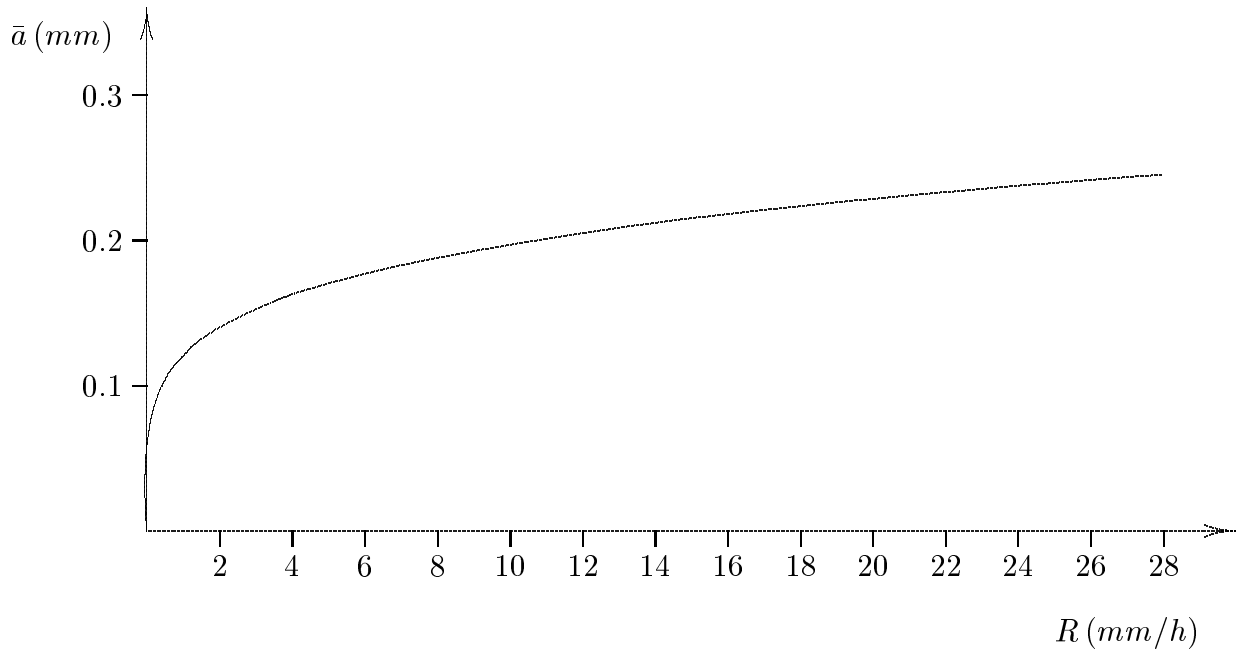
$$m(a)da = \frac{1,51 \cdot 10^{-2} N_0 e^{-8.2R^{-0.21} a} v(a) a^3 da}{R} \quad (14.4.8)$$

con  $N_0 = 1,6 \cdot 10^4 \frac{mm^{-1}}{m^3}$ ,  $a$  in  $mm$ ,  $v(a)$  in  $m/s$

R[mm/h]	0.25	1.25	2.5	12.5	25	50	100	150
veloc. m/s	a, mm	m(a)da						
2.1	0.25		0.2242	0.146	0.047	0.028	0.016	
3.9	0.50		0.471	0.400	0.211	0.146	0.097	
5.3	0.75		0.305	0.338	0.29	0.236	0.1807	
6.4	1.00		0.123	0.178	0.248	0.2386	0.21	
7.3	1.25		0.039	0.073	0.165	0.1874	0.1898	
7.9	1.50		0.010	0.025	0.093	0.123	0.144	
8.3	1.75		$2,44 \cdot 10^{-3}$	$7,8 \cdot 10^{-3}$	0.046	0.073	0.098	
8.7	2.00		$\sim 0$	$\sim 0$	0.022	0.040	0.062	
9.0	2.25				$9,5 \cdot 10^{-3}$	0.021	0.037	
9.2	2.50				$\sim 0$	0.010	0.024	
9.3	2.75					$4,9 \cdot 10^{-3}$	0.01159	
9.5	3.00					$\sim 0$	$6,2 \cdot 10^{-3}$	

La formula (14.3.17), la velocità terminale delle gocce e la formula (14.4.8) sono graficate di seguito.

**Raggio medio delle gocce in funzione del tasso di pioggia  $R$**



**Velocità terminale delle gocce in funzione del raggio**

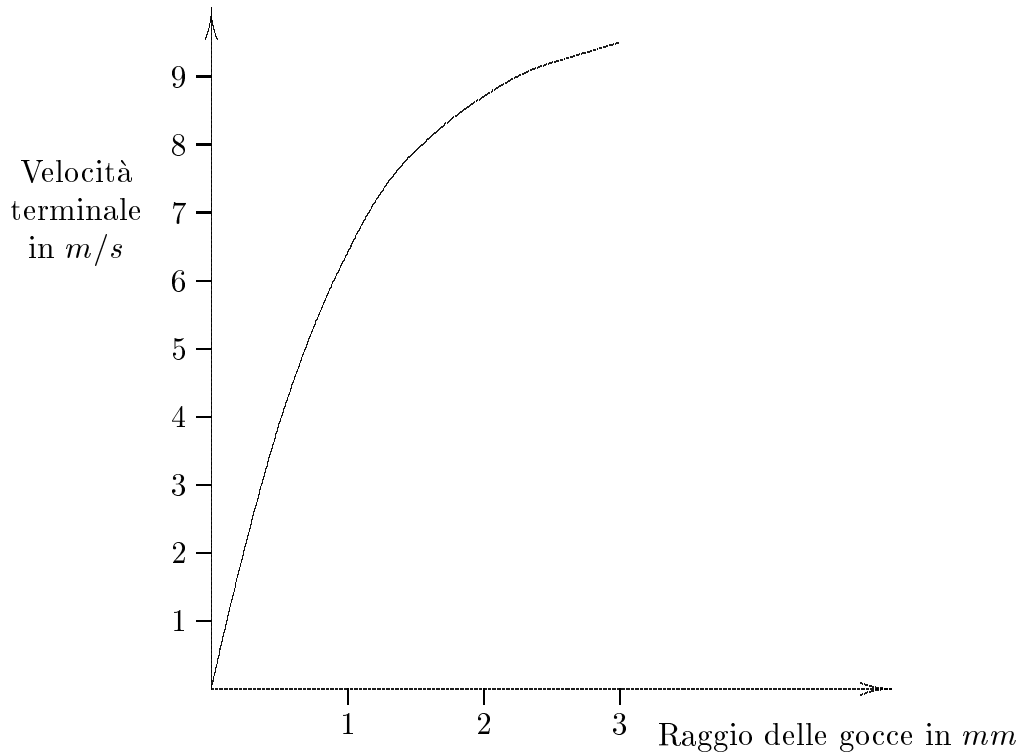


fig.14.4-1

Percentuale del volume totale di gocce aventi raggio compreso fra  $a$  e  $a + da$ ;  
il parametro è il tasso di pioggia  $R$

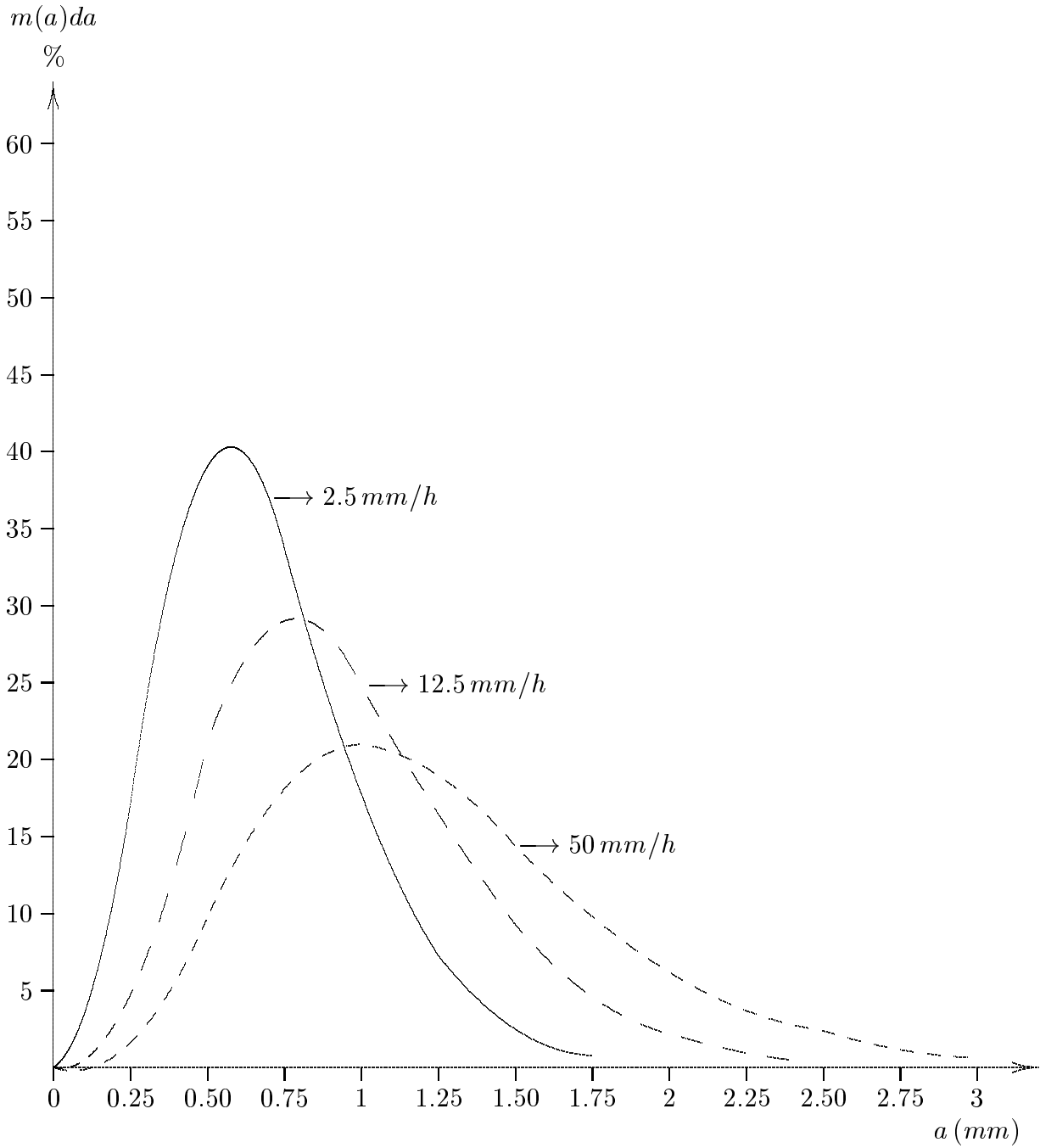


fig.14.4-2

## Appendice al Cap. 14

### 14A.1 - Costante dielettrica dell'acqua a 0° C

Freq.	Salinitá (%)										
(GHz)	0	2.09	3.92	7.17	11.2	15.46	20.14	22.47	31.68	35.96	
7	$\Re(\epsilon)$	55.66	55.44	55.27	54.86	54.53	53.99	53.67	53.33	52.34	51.96
	$\Im(\epsilon)$	39.97	39.78	39.81	40.05	40.21	40.36	40.7	40.77	41.13	41.47
8	$\Re(\epsilon)$	50.93	50.82	50.64	50.38	50.16	49.72	49.47	49.25	48.4	48.12
	$\Im(\epsilon)$	40.41	40.53	40.53	40.7	40.78	40.86	41.07	41.09	41.3	41.48
9	$\Re(\epsilon)$	46.13	45.92	45.88	45.6	45.45	45.13	45.02	44.8	44.18	44
	$\Im(\epsilon)$	40.8	40.88	40.89	40.95	40.99	41.03	41.18	41.14	41.26	41.37
10	$\Re(\epsilon)$	41.72	41.72	41.64	41.43	41.42	41.15	41.09	40.9	40.42	40.31
	$\Im(\epsilon)$	40.38	40.41	40.47	40.47	40.6	40.54	40.64	40.56	40.6	40.67
11	$\Re(\epsilon)$	37.93	37.98	37.92	37.8	37.75	37.64	37.58	37.47	37.14	37.09
	$\Im(\epsilon)$	39.69	39.69	39.68	39.7	39.77	39.74	39.81	39.74	39.75	39.79
12	$\Re(\epsilon)$	34.69	34.72	34.7	34.59	34.6	34.5	34.52	34.39	34.14	34.13
	$\Im(\epsilon)$	38.64	38.76	38.75	38.76	38.85	38.82	38.86	38.81	38.8	38.82
13	$\Re(\epsilon)$	31.86	31.88	31.9	31.83	31.83	31.85	31.87	31.8	31.64	31.65
	$\Im(\epsilon)$	37.7	37.77	37.7	37.74	37.72	37.78	37.83	37.77	37.69	37.77
14	$\Re(\epsilon)$	29.15	29.6	29.65	29.57	29.61	29.6	29.65	29.56	29.47	29.56
	$\Im(\epsilon)$	36.42	36.42	36.48	36.44	36.46	36.52	36.52	36.52	36.46	36.58

**14A.2 - Costante dielettrica dell'acqua a 4<sup>0</sup> C**

Freq.		Salinitá (%)									
(GHz)		0	2.09	3.92	7.17	11.2	15.46	20.14	22.47	31.68	35.96
7	$\Re(\epsilon)$	60.55	60.17	59.93	59.47	59.04	58.16	57.64	57.34	56.04	55.65
	$\Im(\epsilon)$	37.33	37.33	37.6	37.76	38.29	38.48	38.83	39.04	39.69	40.07
8	$\Re(\epsilon)$	55.83	55.93	55.67	55.32	54.94	54.18	53.81	53.48	52.43	52.11
	$\Im(\epsilon)$	38.76	38.68	38.87	39.03	39.27	39.46	39.67	39.82	40.29	40.52
9	$\Re(\epsilon)$	51.21	51.34	51.12	50.84	50.52	49.94	49.62	49.36	48.53	48.33
	$\Im(\epsilon)$	39.6	39.7	39.84	39.82	40.08	40.16	40.27	40.37	40.64	40.78
10	$\Re(\epsilon)$	47.99	47.19	47.01	46.84	46.54	46.06	45.81	45.62	44.93	44.78
	$\Im(\epsilon)$	39.96	39.99	40.08	40.09	40.24	40.25	40.29	40.36	40.49	40.59
11	$\Re(\epsilon)$	43.24	43.35	43.21	43.07	42.91	42.49	42.3	42.19	41.66	41.58
	$\Im(\epsilon)$	39.77	39.87	39.9	39.91	40	39.96	39.98	40.03	40.11	40.17
12	$\Re(\epsilon)$	39.75	39.98	39.84	39.81	39.65	39.31	39.18	39.07	38.64	38.65
	$\Im(\epsilon)$	39.24	39.43	39.45	39.48	39.53	39.45	39.48	39.5	39.53	39.56
13	$\Re(\epsilon)$	36.77	36.94	36.83	36.78	36.72	36.46	36.42	36.36	35.92	35.99
	$\Im(\epsilon)$	38.71	38.78	38.8	38.81	38.87	38.82	38.8	38.87	38.86	38.85
14	$\Re(\epsilon)$	34.08	34.33	34.28	34.22	34.06	33.94	33.82	33.89	33.6	33.6
	$\Im(\epsilon)$	37.95	37.79	37.86	37.81	37.9	37.83	37.79	37.89	37.81	37.76

---

Fine del Cap.14