

Cap. 1

**Effetto della Terra sulla propagazione di onde radio**

**Propagazione di onde radio non influenzata in modo significativo dalla curvatura terrestre.**

**1.1 - Approssimazione di terra perfettamente conduttrice**

La Terra ha, in realtà, proprietà miste di dielettrico e di conduttore, ma le sue proprietà di conduttore dominano per onde lunghe ( $\lambda > 1Km \implies \nu < 3 \cdot 10^5 Hz$ ), ed anche per onde più corte se si considera la superficie marina.

Per renderci conto di questo diamo alcuni dati relativi alla conducibilità elettrica ( $\frac{\text{Siemens}}{\text{metro}}$ ) di materiali geologici:

Acqua di mare  $\sim (3 \div 5)$

Acqua dolce  $\sim (10^{-3})$

Acqua di piccoli laghi  $\sim (5 \cdot 10^{-3} \div 10^{-2})$

Suolo umido  $\sim (10^{-2} \div 10^{-3})$

Suolo asciutto  $\sim (10^{-4} \div 10^{-5})$

Il rapporto  $\frac{\sigma}{\epsilon \omega}$  caratterizza i mezzi considerati in relazione alla frequenza.

È facile convincersi, quindi, che le proprietà di conduzione diventano talmente predominanti per lunghezze d'onda dell'ordine di qualche chilometro che assumere la terra perfettamente conduttrice è abbastanza corretto in tali circostanze.

Per esempio, nel caso di suolo asciutto, per  $\nu = 3 \cdot 10^5 Hz$ , si ha  $\frac{\sigma}{\epsilon \omega} = 6$  (per  $\sigma = 10^{-4} S/m$ ) e  $\frac{\sigma}{\epsilon \omega} = 0.6$  (per  $\sigma = 10^{-5} S/m$ ) dove in entrambi i casi si è assunto  $\epsilon_r = 1$

**1.2 - Elemento rettilineo di corrente vicino a o su un piano perfettamente conduttore**

Per cominciare la discussione, assumiamo che un dipolo elettrico verticale è posto ad

una distanza  $h$  sopra un piano perfettamente conduttore come in figura 1.2-1:

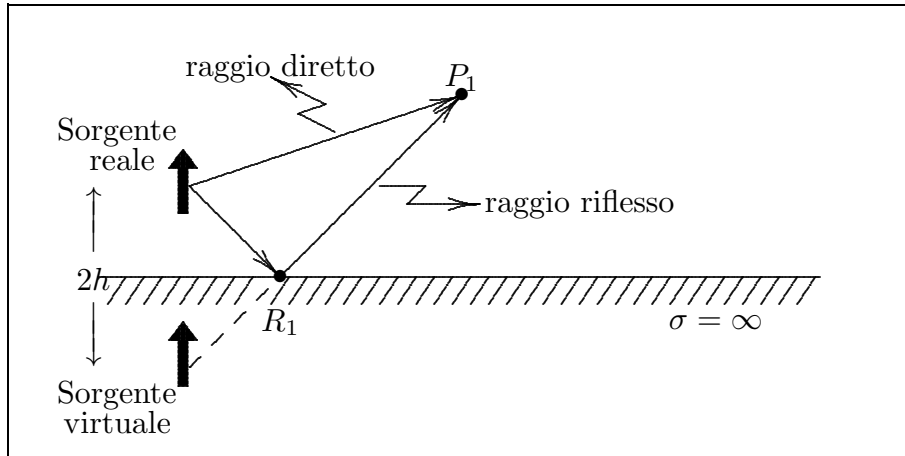


fig.1.2-1

Il sistema fisico reale è equivalente al sistema dei due dipoli come in figura.

L'energia emessa dalla sorgente reale viene irradiata in tutte le direzioni come se fosse sola nello spazio e le caratteristiche della radiazione sono determinate, oltre che dalla sorgente, dalle proprietà direzionali del mezzo senza superfici di contorno. Per un osservatore posto in  $P_1$  vi è un'onda diretta.

In  $P_1$  arriverà l'onda emessa dalla sorgente virtuale e che fisicamente rappresenta l'onda emessa dalla sorgente reale e riflessa dal piano conduttore.

Vediamo, quindi, di valutare il campo elettrico in queste condizioni nell'ipotesi di "far field".

Riferiamo i calcoli al seguente sistema di riferimento

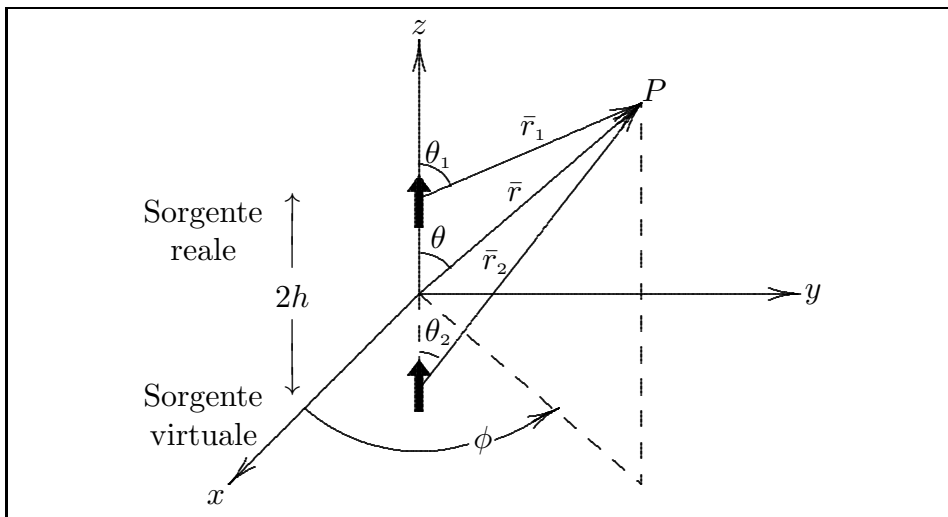


fig.1.2-2

Il campo elettrico nel punto  $P$  (far zone) è dato dalla sovrapposizione del campo emesso dalla sorgente reale e da quello emesso dalla sorgente virtuale.

$$\text{Sorgente reale: in } P \implies E_{\theta}^d = -i\omega\mu Il \frac{e^{ikr_1}}{4\pi r_1} \sin \theta_1 \quad (1.2.1)$$

$$\text{Sorgente virtuale: in } P \implies E_{\theta}^r = -i\omega\mu Il \frac{e^{ikr_2}}{4\pi r_2} \sin \theta_2 \quad (1.2.2)$$

Riferiamo l'espressione dei campi all'origine del sistema di riferimento. Si ha:

$$r_1 = \sqrt{r^2 + h^2 - 2rh \cos \theta} \quad (1.2.3)$$

$$r_2 = \sqrt{r^2 + h^2 - 2rh \cos(\pi - \theta)} \quad (1.2.4)$$

Per  $r \gg h$  possiamo sviluppare in serie:

$$r_1 = r \sqrt{1 + \frac{h^2}{r^2} - 2\frac{h}{r} \cos \theta} \cong r \left( 1 - \frac{h}{r} \cos \theta \right) = r - h \cos \theta \quad (1.2.5)$$

$$r_2 = r \sqrt{1 + \frac{h^2}{r^2} + 2\frac{h}{r} \cos \theta} \cong r \left( 1 + \frac{h}{r} \cos \theta \right) = r + h \cos \theta \quad (1.2.6)$$

avendo applicato lo sviluppo  $\sqrt{1 \pm \delta} = 1 \pm \frac{1}{2}\delta - \frac{1}{8}\delta^2 \pm \dots$  con  $\delta^2 \leq 1$  e trascurando il termine  $h^2/r^2$ .

Gli sviluppi (1.2.5) e (1.2.6) rappresentano delle rette parallele ad  $r$ , pertanto:

$$\theta_1 \cong \theta_2 \cong \theta \quad (1.2.7)$$

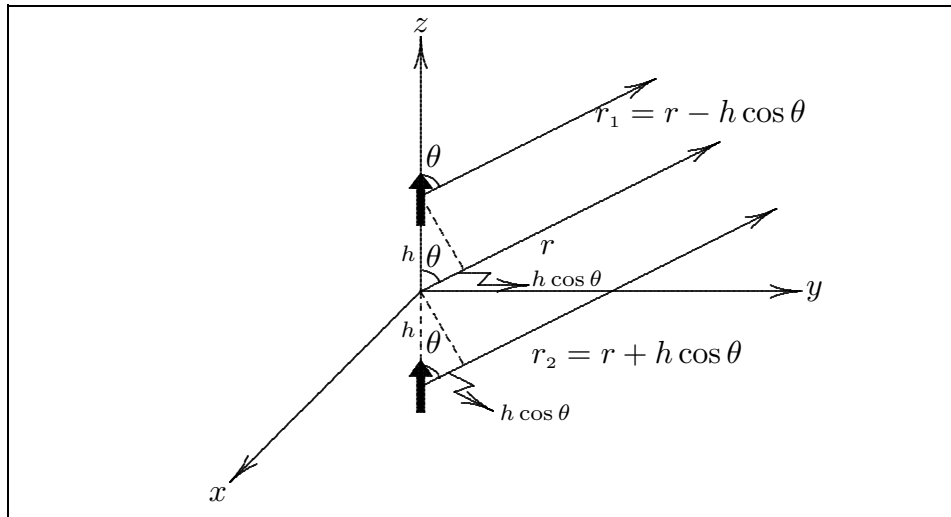


fig.1.2-3

Sostituiamo le espressioni (1.2.5), (1.2.6) e (1.2.7) nella (1.2.1) e nella (1.2.2), trascurando nei rispettivi denominatori il termine  $h \cos \theta$ .

Il campo totale nel punto  $P$  é, allora:

$$E_{\theta} = -i\omega\mu Il \frac{e^{ik(r-h \cos \theta)}}{4\pi r} \sin \theta - i\omega\mu Il \frac{e^{ik(r+h \cos \theta)}}{4\pi r} \sin \theta \quad (1.2.8)$$

cioé:

$$\begin{aligned} E_{\theta} &= -i\omega\mu Il \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \sin \theta (e^{-ikh \cos \theta} + e^{ikh \cos \theta}) = \\ &= -i\omega\mu Il \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \sin \theta \left[ 2 \cos(kh \cos \theta) \right] \end{aligned} \quad (1.2.9)$$

Naturalmente per  $z < 0$  si ha  $E_{\theta} = 0$  in quanto il mezzo è un conduttore perfetto.

Dalla (1.2.9) si deduce che il campo elettrico totale è uguale al prodotto del campo della singola sorgente posta nell'origine e del fattore  $2 \cos(kh \cos \theta)$  che é una funzione dell'altezza  $h$  del dipolo dal suolo e del punto di osservazione ( $\theta$ ).

Il campo magnetico, naturalmente, è dato da:

$$H_{\phi} = \frac{1}{Z} E_{\theta} \text{ essendo } Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (1.2.10)$$

La parte reale del vettore di Poynting cioè la densità superficiale di potenza mediata in un periodo è:

$$\begin{aligned} S_r &= \frac{Z}{2} \left[ \frac{kIl}{4\pi r} \right]^2 \sin^2 \theta [2 \cos(kh \cos \theta)]^2 = \\ &= 2Z \left[ \frac{kIl}{4\pi r} \right]^2 \sin^2 \theta \cos^2(kh \cos \theta) \end{aligned} \quad (1.2.11)$$

Il massimo valore della (1.2.11) si ha per  $\theta = 90^{\circ}$ .

La quantità  $F(\theta) = \sin^2 \theta \cos^2(kh \cos \theta)$  ci fornisce il fattore di forma cioè il diagramma di radiazione e rappresenta il rapporto fra la densità superficiale di potenza in un punto e quella massima. Nei grafici seguenti riporteremo anche la quantità  $10 \log_{10} F(\theta)$ , utile per mostrare i lobi minori con maggior dettaglio, che illustra il diagramma di radiazione in dB. É interessante notare che il massimo valore della (1.2.11) è quattro volte più grande di quello competente ad un singolo dipolo isolato.

### Diagrammi di radiazione –Dipolo verticale

$h = 0 ; kh = 0$		
$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB
$90^0$	1	0
$85^0$	0.9924	-0.033
$80^0$	0.9698	-0.1329
$75^0$	0.9330	-0.30
$70^0$	0.8830	-0.54
$65^0$	0.8214	-0.85
$60^0$	0.75	-1.25
$55^0$	0.67	-1.73
$50^0$	0.58	-2.31
$45^0$	0.5	-3.01
$40^0$	0.41	-3.84
$35^0$	0.329	-4.83
$30^0$	0.25	-6.02
$25^0$	0.178	-7.48
$20^0$	0.117	-9.32
$15^0$	0.067	-11.74
$10^0$	0.030	-15.2
$5^0$	0.007	-21.19
$0^0$	0	$-\infty$

$h = \lambda/8 ; kh = \pi/4$		
$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB
$90^0$	1	0
$85^0$	0.9878	-0.053
$80^0$	0.9519	-0.214
$75^0$	0.8949	-0.48
$70^0$	0.8208	-0.8575
$65^0$	0.7341	-1.34
$60^0$	0.64	-1.937
$55^0$	0.5438	-2.645
$50^0$	0.449	-3.472
$45^0$	0.361	-4.425
$40^0$	0.28	-5.5158
$35^0$	0.21	-6.7654
$30^0$	0.15	-8.207
$25^0$	0.102	-9.897
$20^0$	0.064	-11.936
$15^0$	0.035	-14.524
$10^0$	0.015	-18.114
$5^0$	0.0038	-24.178
$0^0$	0	$-\infty$

$h = \lambda/4 ; kh = \pi/2$		
$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB
$90^0$	1	0
$85^0$	0.9739	-0.1147
$80^0$	0.899	-0.46
$75^0$	0.787	-1.03
$70^0$	0.65175	-1.85
$65^0$	0.5095	-2.93
$60^0$	0.375	-4.2596
$55^0$	0.2586	-5.87
$50^0$	0.166	-7.794
$45^0$	0.0985	-10.06
$40^0$	0.0533	-12.73
$35^0$	0.0258	-15.876
$30^0$	0.0109	-19.62
$25^0$	0.0038	-24.156
$20^0$	0.00104	-29.802
$15^0$	$1.917 \cdot 10^{-4}$	-37.173
$10^0$	$1.71 \cdot 10^{-5}$	-47.65
$5^0$	$2.7 \cdot 10^{-7}$	-65.66
$0^0$	0	$-\infty$

$h = 3\lambda/8 ; kh = 3\pi/4$		
$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB
$90^0$	1	0
$85^0$	0.9511	-0.2175
$80^0$	0.8163	-0.8818
$75^0$	0.6269	-2.0275
$70^0$	0.4234	-3.732
$65^0$	0.2429	-6.14
$60^0$	0.1098	-9.59
$55^0$	0.03176	-14.98
$50^0$	0.00185	-27.315
$45^0$	0.0045	-23.44
$40^0$	0.0222	-16.528
$35^0$	0.04067	-13.907
$30^0$	0.05122	-12.905
$25^0$	0.05114	-12.912
$20^0$	0.042	-13.758
$15^0$	0.028	-15.507
$10^0$	0.0139	-18.539
$5^0$	0.0037	-24.28
$0^0$	0	$-\infty$

$h = \lambda/2 ; kh = \pi$		
$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB
$90^0$	1	0
$85^0$	0.9198	-0.36
$80^0$	0.7087	-1.495
$75^0$	0.4406	-3.5588
$70^0$	0.2002	-6.9848
$65^0$	0.0475	-13.2244
$60^0$	0	$-\infty$
$55^0$	0.035	-14.53
$50^0$	0.11	-9.57
$45^0$	0.1834	-7.365
$40^0$	0.227	-6.43
$35^0$	0.2337	-6.31
$30^0$	0.208	-6.81
$25^0$	0.1635	-7.86
$20^0$	0.1128	-9.475
$15^0$	0.066	-11.7899
$10^0$	0.03	-15.2165
$5^0$	0.0076	-21.19
$0^0$	0	$-\infty$

$h = \lambda ; kh = 2\pi$		
$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB
$90^0$	1	0
$85^0$	0.723	-1.4063
$80^0$	0.206	-6.8487
$75^0$	0.0028	-25.43
$70^0$	0.2637	-5.788
$65^0$	0.642	-1.924
$60^0$	0.75	-1.249
$55^0$	0.5375	-2.6959
$50^0$	0.22837	-6.4135
$45^0$	0.0354	-14.504
$40^0$	0.004	-23.78
$35^0$	0.058	-12.34
$30^0$	0.1109	-9.549
$25^0$	0.1235	-9.082
$20^0$	0.1	-9.95
$15^0$	0.06	-11.94
$10^0$	0.0298	-15.246
$5^0$	0.0076	-21.196
$0^0$	0	$-\infty$

**Diagrammi di radiazione normalizzati**  
**Dipolo verticale posto ad un'altezza  $h$  da un piano perfettamente conduttore**  
**Scala in dB**

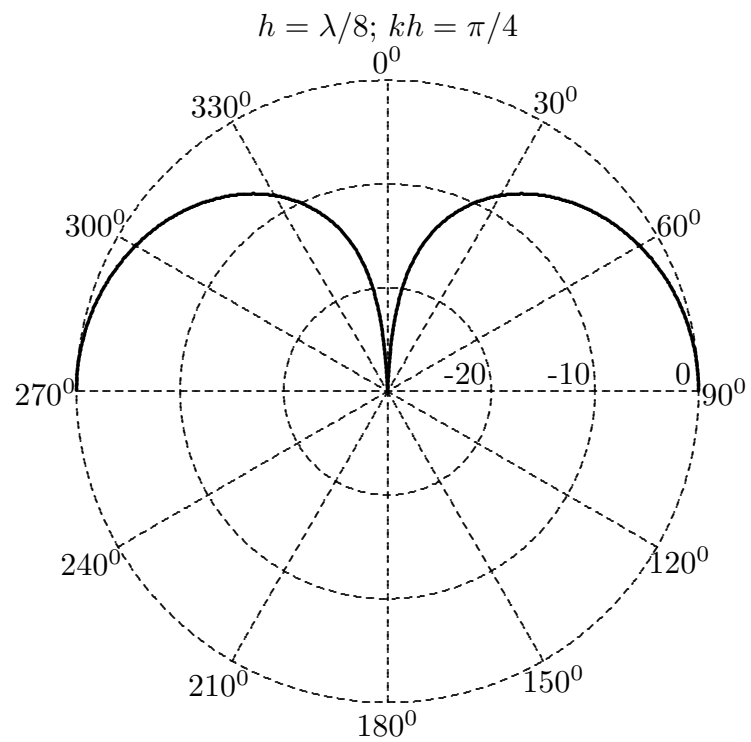
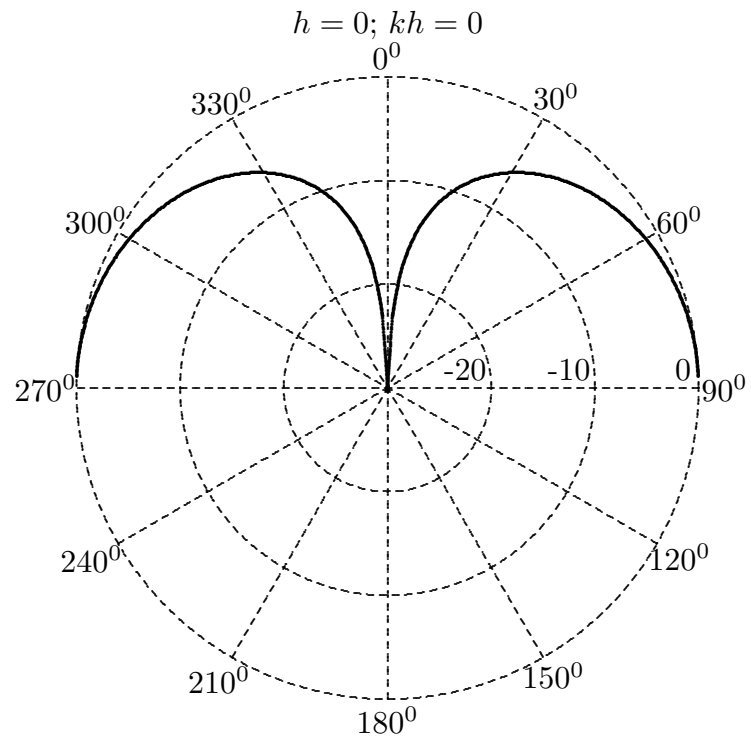


fig.1.2.4

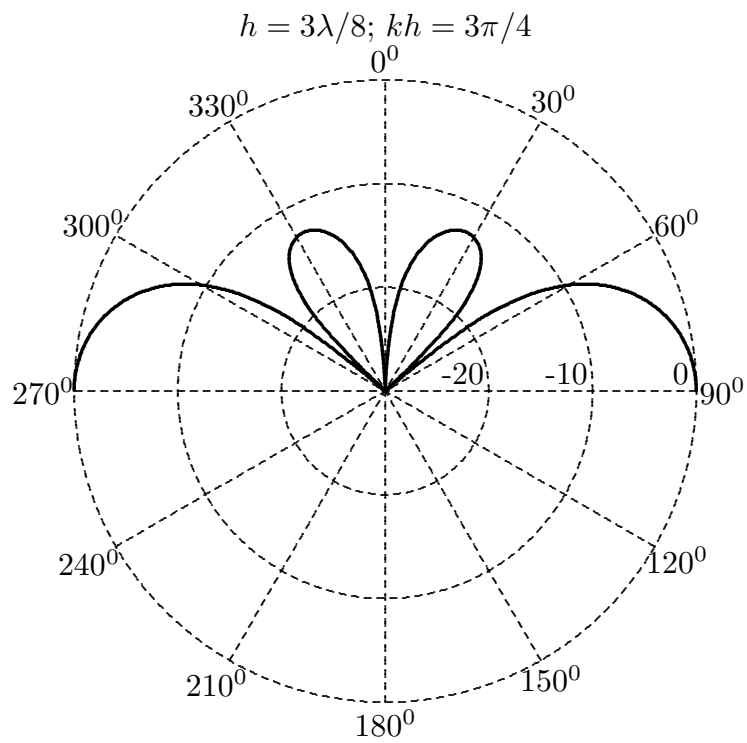
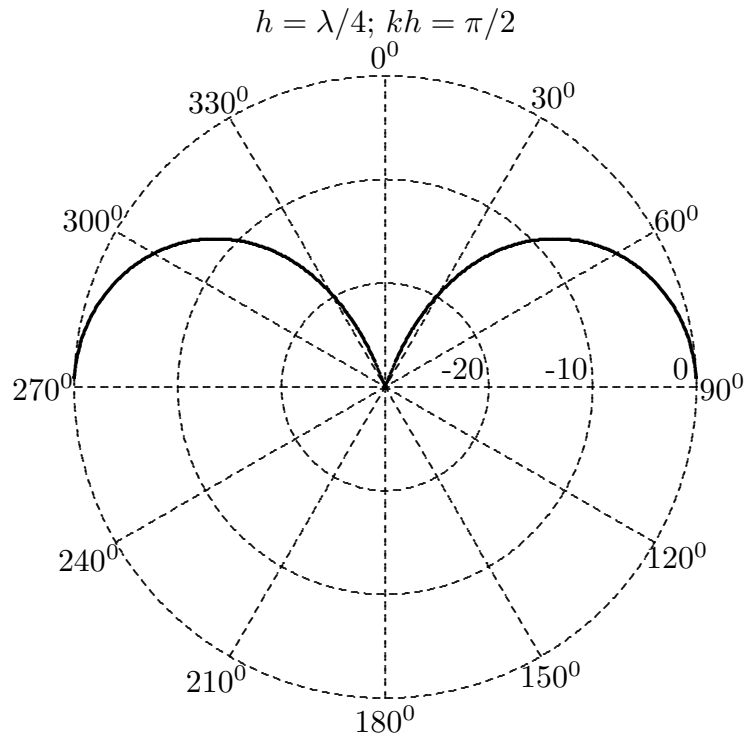


fig.1.2.5



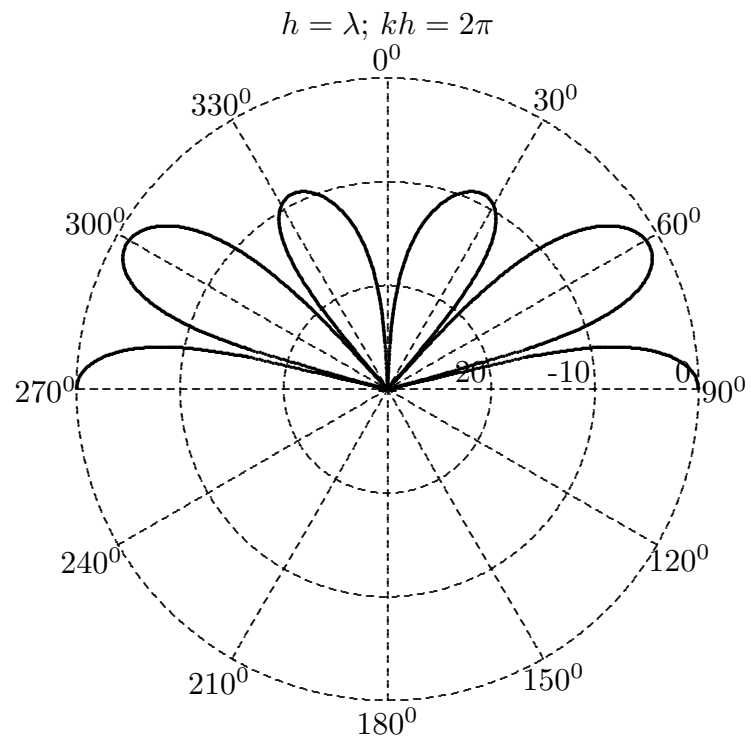
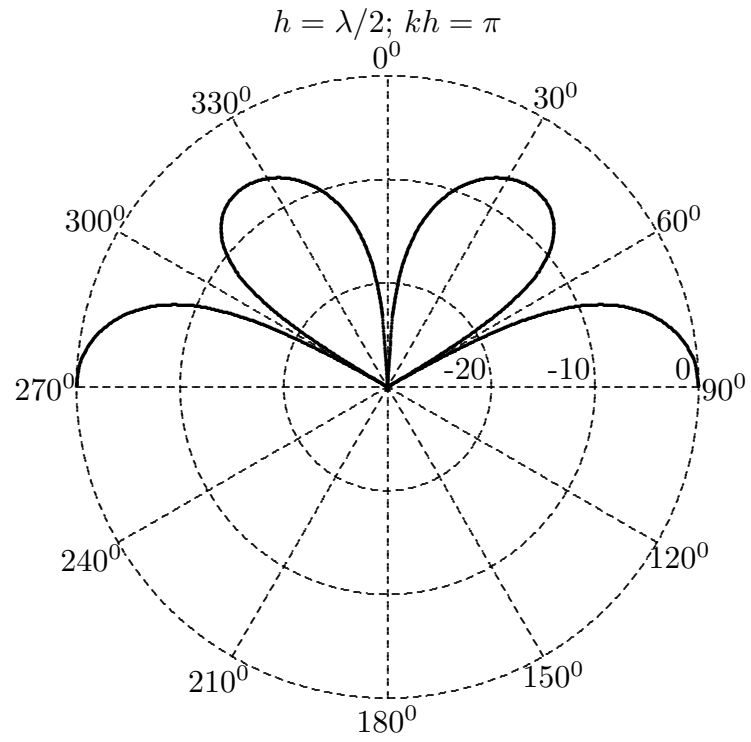


fig.1.2-6

**Diagrammi di radiazione normalizzati**  
**Dipolo verticale posto ad un'altezza  $h$  da un piano perfettamente conduttore**  
**Scala lineare**

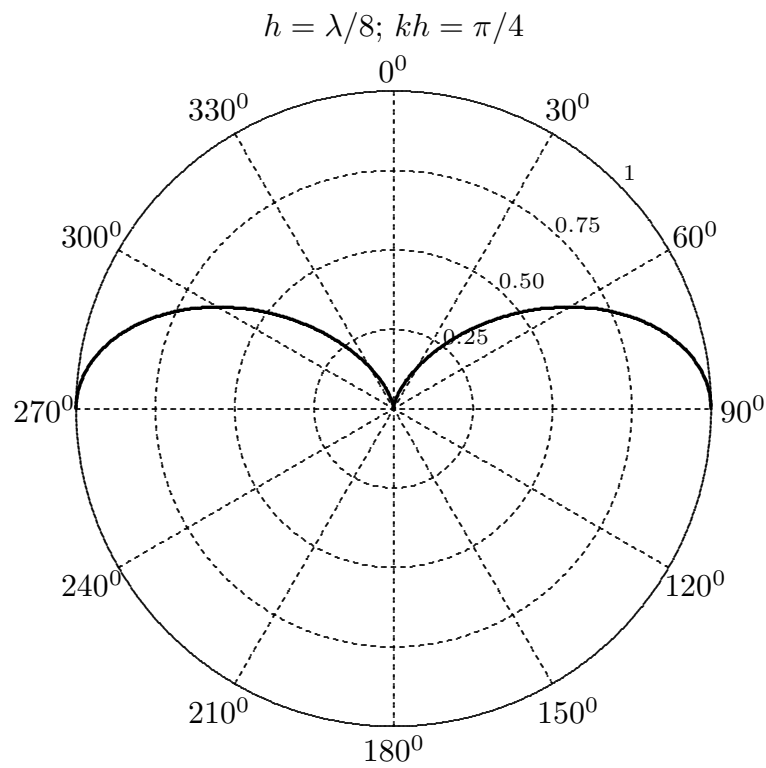
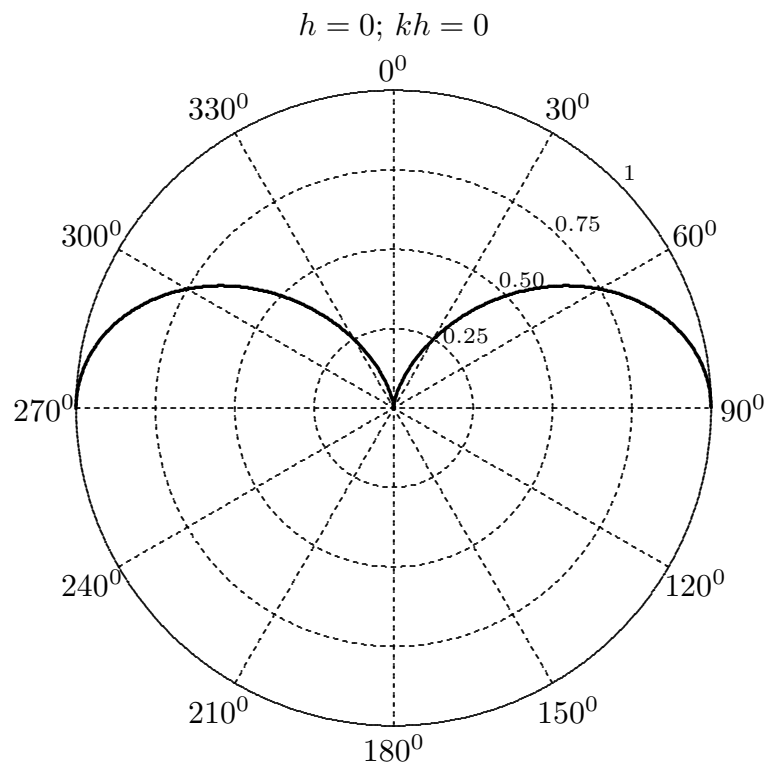


fig.1.2.7

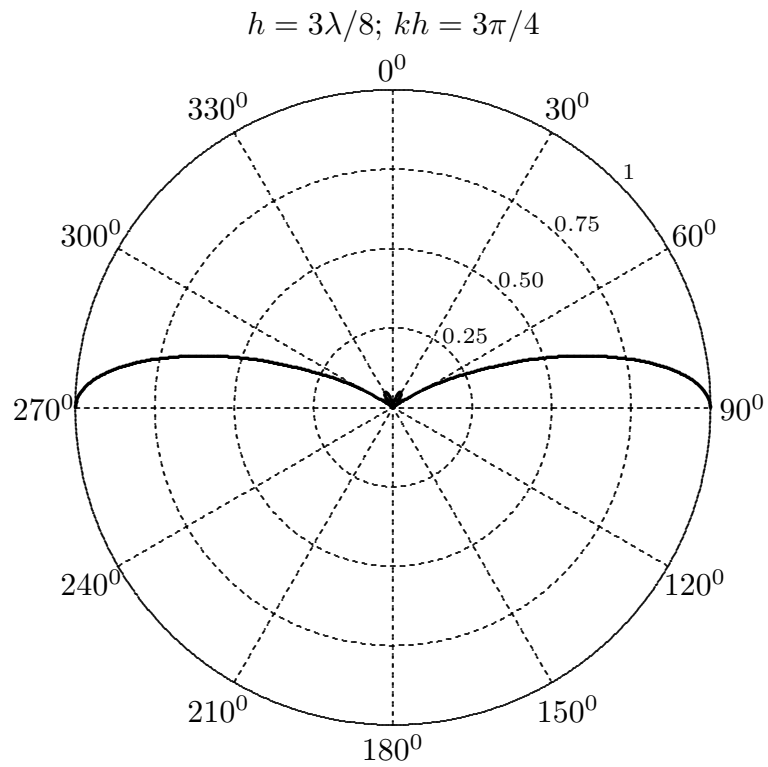
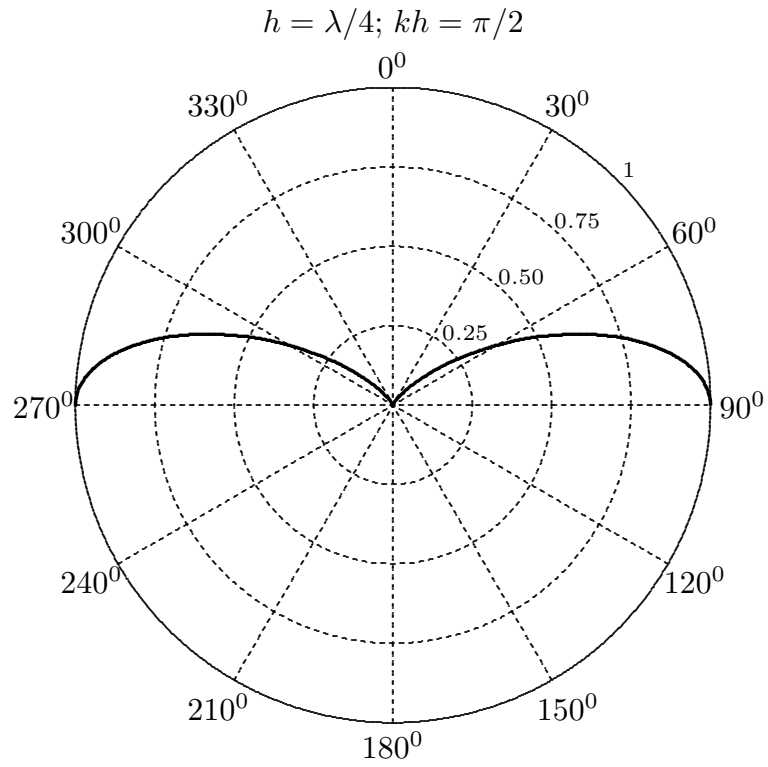


fig.1.2.8

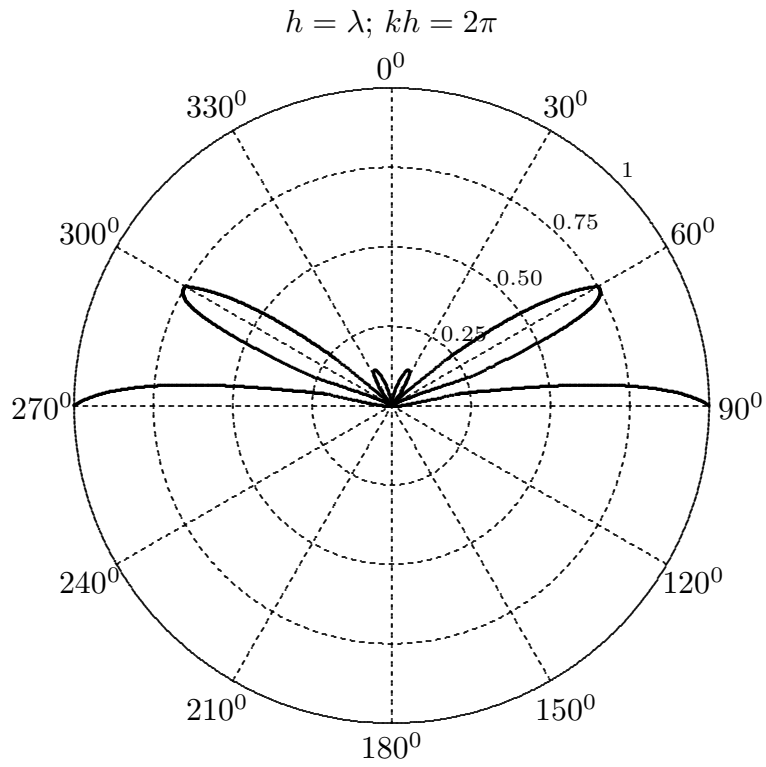
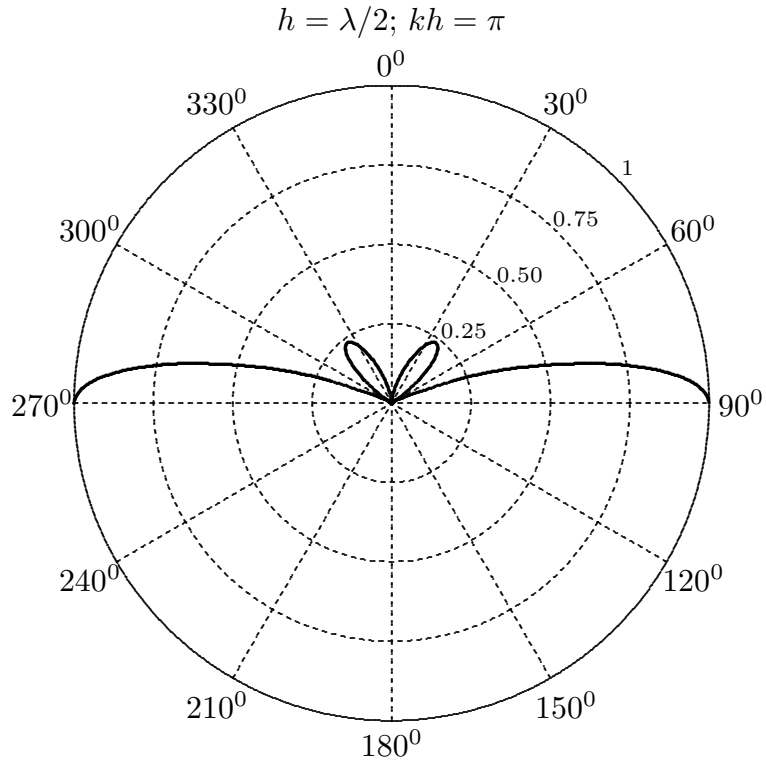


fig.1.2.9

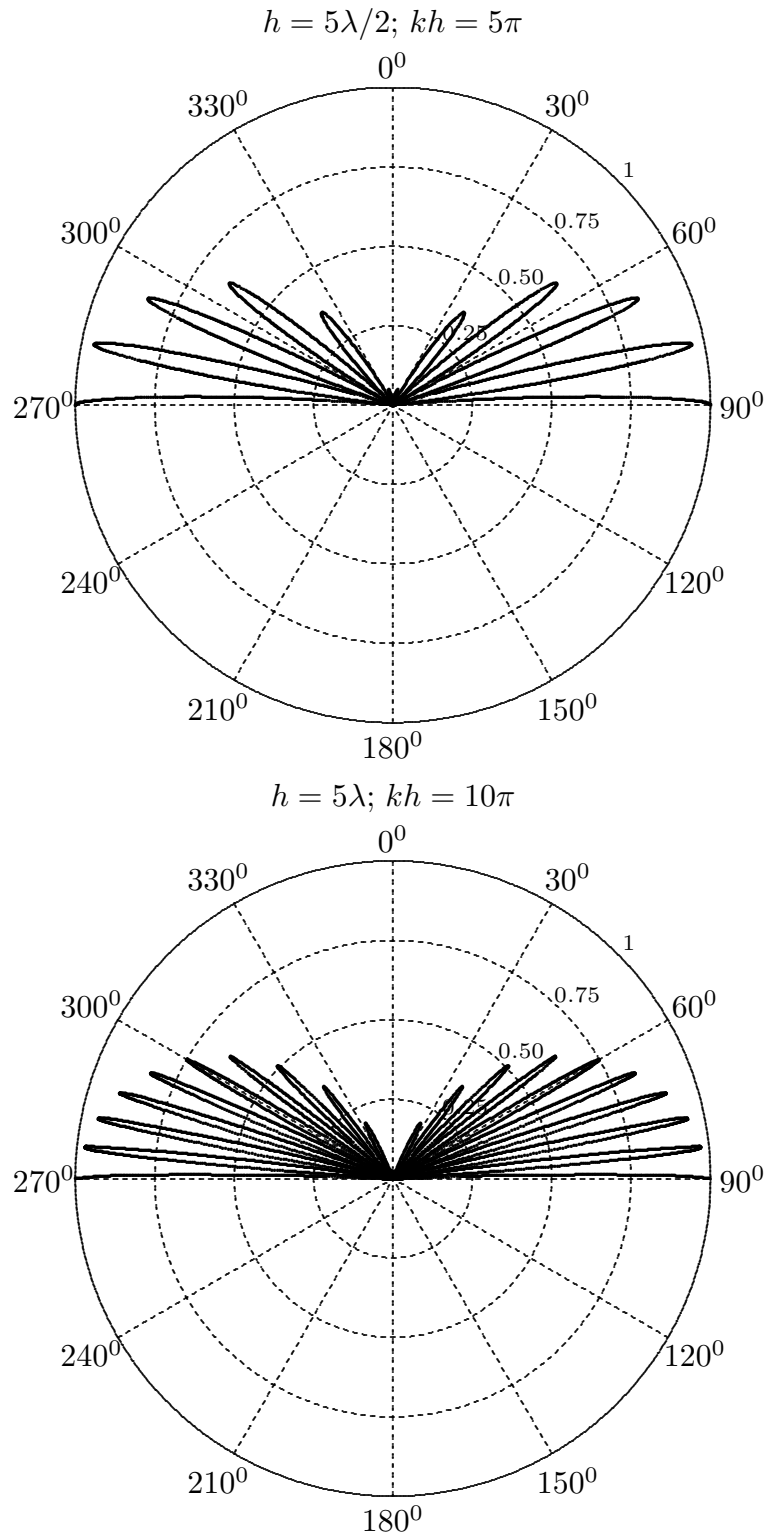


fig.1.2.10

Dai diagrammi di radiazione si deduce che per  $h > \lambda/4$ , oltre al lobo principale, compaiono lobi minori.

Questo si può vedere analiticamente analizzando gli zeri della (1.2.11).

Essi si hanno per:

$$\theta = 0 \quad \text{e per} \quad kh \cos \theta = \frac{\pi}{2} + r\pi \quad (1.2.12)$$

La seconda delle (1.2.12) è verificata per:

$$\cos \theta = \frac{1}{kh} \left[ \frac{\pi}{2} + r\pi \right] = \frac{\lambda}{h} \left[ \frac{1}{4} + \frac{r}{2} \right] \quad (1.2.13)$$

E' chiaro che per  $\frac{\lambda}{h} > 4$  la (1.2.13) non può mai essere verificata e quindi l'unico zero si ha per  $\theta = 0$ : pertanto il diagramma presenta un solo massimo principale (ed il suo simmetrico).

Per  $\frac{4}{3} < \frac{\lambda}{h} < 4$  la (1.2.13) è verificata per  $r = 0$  e quindi per un angolo  $\theta$  diverso da zero; pertanto il diagramma presenta un altro lobo oltre a quello principale.

Per  $\frac{4}{5} < \frac{\lambda}{h} < \frac{4}{3}$  la (1.2.13) è verificata per  $r = 0$  e per  $r = 1$ , quindi per due angoli  $\theta$  diversi da zero; pertanto il diagramma presenta due lobi oltre a quello principale.

A titolo di esempio calcoliamo gli zeri per  $\frac{\lambda}{h} = 1$

$$\begin{aligned} \cos \theta_1 &= \frac{1}{4} & (r = 0) &\implies \theta_1 = 75^\circ, 52248 \\ \cos \theta_2 &= \frac{3}{4} & (r = 1) &\implies \theta_2 = 41^\circ, 4096 \end{aligned}$$

### Calcolo della resistenza di radiazione per un dipolo verticale

Calcoliamo la potenza irradiata totale attraverso una semisfera di raggio  $r$  contenente il dipolo reale e avente come piano diametrale il piano conduttore.

$$\begin{aligned} P_r &= \int_{\text{semisfera}} S_r da = \int_{\text{semisfera}} S_r r^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ P_r &= 2Z \left[ \frac{kIl}{4\pi} \right]^2 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin^3 \theta \cos^2(kh \cos \theta) \end{aligned} \quad (1.2.14)$$

Calcoliamo  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin^3 \theta \cos^2(kh \cos \theta)$ .

Poniamo  $kh \cos \theta = x \implies \cos \theta = \frac{x}{kh}; -\sin \theta d\theta = \frac{dx}{kh}$

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin^3 \theta \cos^2(kh \cos \theta) &= \int_{kh}^0 -\frac{dx}{kh} \left( 1 - \frac{x^2}{k^2 h^2} \right) \cos^2 x \\ &= - \int_{kh}^0 \frac{dx}{kh} \cos^2 x + \int_{kh}^0 \frac{x^2}{k^3 h^3} \cos^2 x dx \end{aligned} \quad (1.2.15)$$

Ricordando che:

$$\int \cos^2 x dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + c$$

$$\int x^2 \cos^2 x dx = \frac{x^3}{6} + \left( \frac{x^2}{4} - \frac{1}{8} \right) \sin 2x + \frac{x \cos 2x}{4} + c$$

(per questi integrali vedi Dwight pag. 101).

Ne segue che:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin^3 \theta \cos^2(kh \cos \theta) = \frac{1}{2} + \frac{\sin(2kh)}{4kh} - \frac{1}{6} - \frac{\sin(2kh)}{4kh} + \frac{\sin(2kh)}{8k^3h^3} - \frac{\cos(2kh)}{4k^2h^2} =$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{4k^2h^2} + \frac{\sin(2kh)}{8k^3h^3}$$

(1.2.16)

In definitiva:

$$P_r = 4\pi Z \left[ \frac{kIl}{4\pi} \right]^2 \left[ \frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{4k^2h^2} + \frac{\sin(2kh)}{8k^3h^3} \right] =$$

$$= \pi Z \left( \frac{Il}{\lambda} \right)^2 \left[ \frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{4k^2h^2} + \frac{\sin(2kh)}{8k^3h^3} \right]$$

(1.2.17)

Dalla (1.2.17) si deduce che, per  $kh \rightarrow \infty$  ( $h \gg \lambda$ ), la potenza irradiata è uguale a quella competente ad un dipolo isolato.

Per  $kh \rightarrow 0$  ( $h \ll \lambda$ ) la (1.2.17) si può scrivere, sviluppando in serie le funzioni  $\cos(2kh)$  e  $\sin(2kh)$ , nella seguente maniera:

$$\cos x \simeq 1 - \frac{1}{2!}x^2 \dots ; \quad \sin x \simeq x - \frac{1}{3!}x^3 \dots$$

$$P_{r_{(hk \rightarrow 0)}} \simeq \pi Z \left( \frac{Il}{\lambda} \right)^2 \left[ \frac{1}{3} - \frac{1}{4k^2h^2} + \frac{4k^2h^2}{8k^2h^2} + \frac{2kh}{8k^3h^3} - \frac{8k^3h^3}{48k^3h^3} \right] =$$

$$= \pi Z \left( \frac{Il}{\lambda} \right)^2 \left[ \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right] = \frac{2}{3} \pi Z \left( \frac{Il}{\lambda} \right)^2$$

(1.2.18)

cioè la potenza irradiata da un dipolo verticale per  $kh \rightarrow 0$  ( $h \ll \lambda$ ) è il doppio di quella competente al dipolo isolato.

La resistenza di radiazione é, quindi:

$$R_r = \frac{2P_r}{|I|^2} = 2\pi Z \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 \left[ \frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{4k^2h^2} + \frac{\sin(2kh)}{8k^3h^3} \right]$$

(1.2.19)

Per  $hk \rightarrow \infty$  il valore di  $R_r$  è lo stesso di quello di un dipolo isolato.

Per  $hk \rightarrow 0$   $R_r$  è il doppio di quella competente ad un dipolo isolato.

### Calcolo della direttività per un dipolo verticale

Cominciamo con l'osservare che il massimo valore della (1.2.11), che si ha per  $\theta = 90^\circ$ , è

$$(S_r)_{MAX} = 2Z \left[ \frac{kIl}{4\pi r} \right]^2 = \frac{Z}{2} \left( \frac{Il}{\lambda} \right)^2 \frac{1}{r^2} \quad (1.2.20)$$

Tale valore massimo è quattro volte più grande di quello competente ad un dipolo isolato. La direttività di un dipolo verticale posto ad una altezza  $h$  sopra un piano conduttore è:

$$D = \frac{4\pi r^2 (S_r)_{MAX}}{P_r} = \frac{4\pi \frac{Z}{2} \left( \frac{Il}{\lambda} \right)^2}{\pi Z \left( \frac{Il}{\lambda} \right)^2 \left[ \frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3} \right]} \quad (1.2.21)$$

$$= \frac{2}{\left[ \frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3} \right]}$$

Per  $hk \rightarrow 0$   $D$  è 3.

Grafichiamo la direttività e la resistenza di radiazione in funzione del rapporto  $h/\lambda$  per un dipolo verticale. Si è assunto  $l = \lambda/50$  per la valutazione della resistenza di radiazione.

#### Dipolo verticale posto ad una altezza $h$ da un piano perfettamente conduttore ( $l = \lambda/50$ )

$h/\lambda$	0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1
$D$	3	3.24	4.01	5.27	6.38	6.49	6.06	5.80	5.87	6.055	6.116
$R_r$	0.63	0.584	0.47	0.36	0.297	0.29	0.31	0.32	0.32	0.3129	0.3098
$h/\lambda$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2	
$D$	6.022	5.933	5.948	6.021	6.05	6.012	5.97	5.97	6.011	6.028	
$R_r$	0.3146	0.3193	0.3186	0.3147	0.3131	0.315	0.3176	0.317	0.315	0.314	



**Dipolo verticale posto ad una altezza  $h$  sopra un piano perfettamente conduttore**

————- Direttività  $D$  (Guadagno  $\theta = 90^\circ$ );  
 - - - - - Resistenza di radiazione  $R_r$ (Ohm) ( $l = \frac{\lambda}{50}$ )

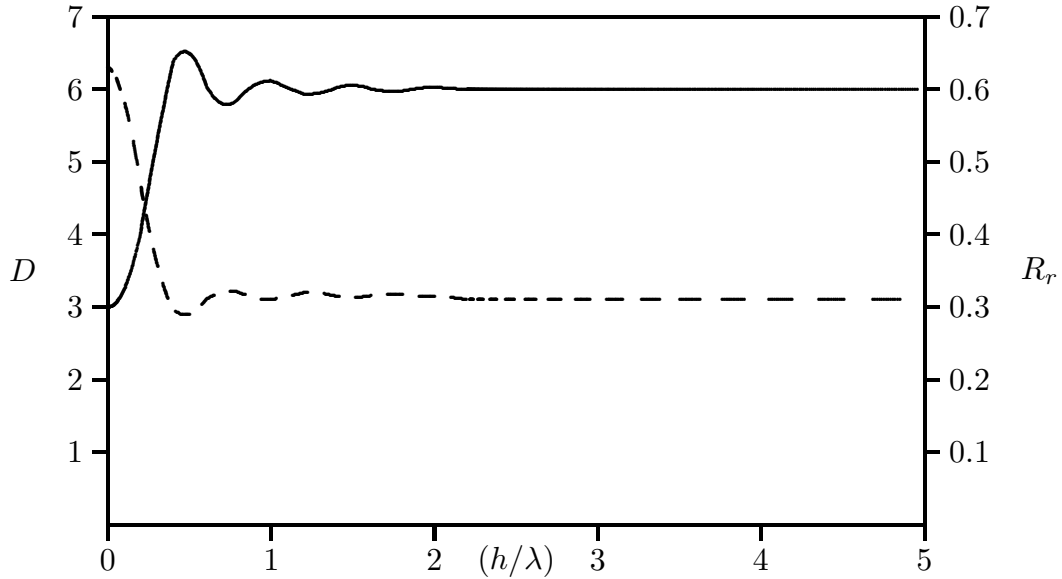


fig.1.2-11

Il massimo valore della direttività si ha per  $h = 0.4586\lambda$  ed è uguale a 6.566. Per  $\frac{h}{\lambda} \rightarrow \infty$  la direttività é quattro volte più grande di quella competente ad un dipolo isolato ( $D = 1.5$ ).

### Antenna rettilinea lunga $\lambda/4$ (Monopolo a $\lambda/4$ )

In pratica è molto utilizzato un monopolo a  $\lambda/4$  montato al suolo come in figura 1.2-12

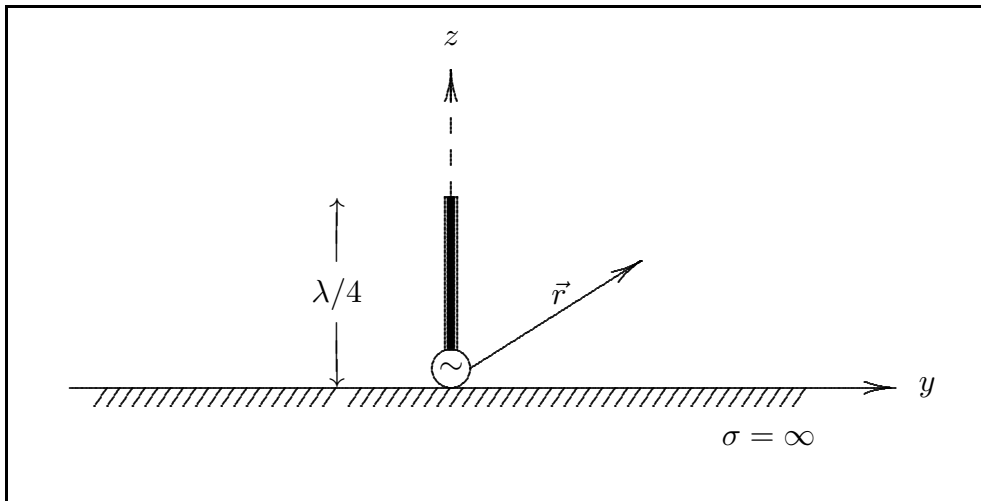


fig.1.2-12

Il sistema si analizza introducendo un monopolo a  $\lambda/4$  immagine e studiando il risultante dipolo a mezz'onda per  $z \geq 0$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi/2$ .

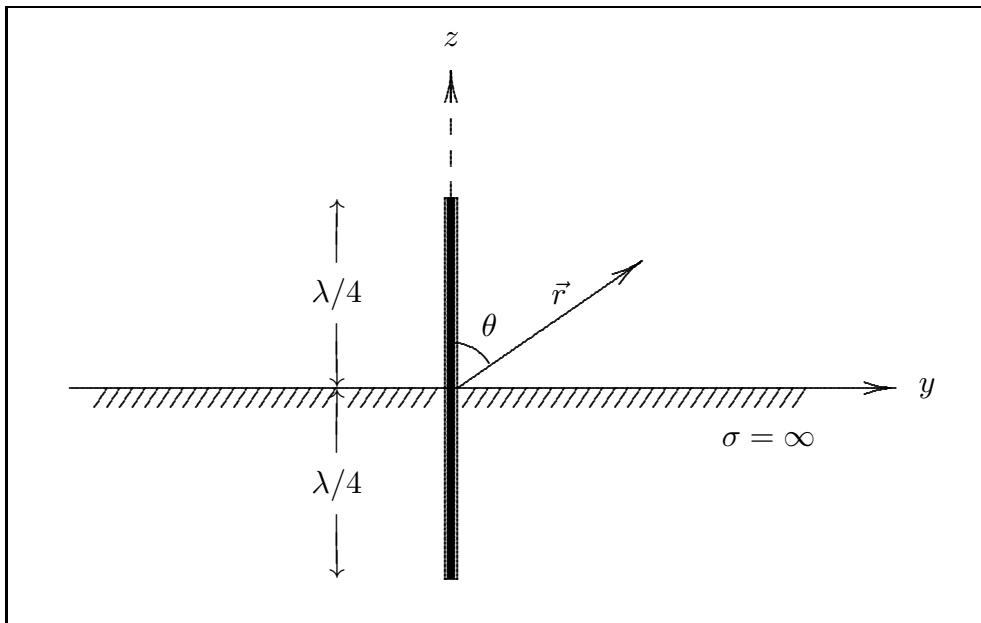


fig.1.2-13

### 1.3 - Dipolo elettrico orizzontale ad un'altezza $h$ su un piano conduttore perfetto

Un'altra configurazione molto interessante da studiare è un dipolo hertziano orizzontale posto ad una altezza  $h$  su un piano perfettamente conduttore.

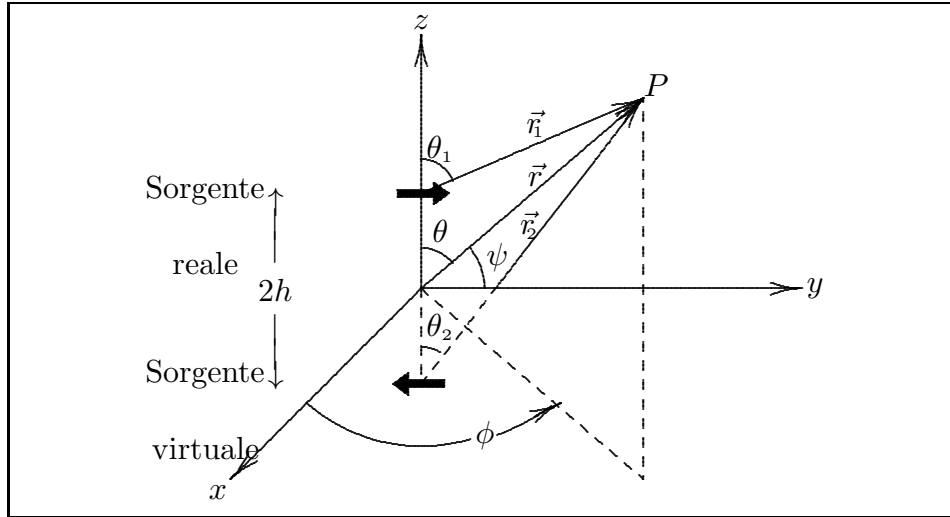


fig.1.3-1

Il campo elettrico nel punto  $P$  (far zone) è dato dalla sovrapposizione del campo emesso dalla sorgente reale e da quello emesso dalla sorgente virtuale.

I calcoli sono analoghi a quelli del dipolo verticale pur di sostituire gli angoli  $\theta$  con gli angoli  $\psi$  formati fra l'asse del dipolo e il raggio vettore posizione del punto  $P$ .

Poiché consideriamo campi far field imponiamo subito  $\psi_1 \simeq \psi_2 \simeq \psi$ . Si ha pertanto:

$$\text{Sorgente reale: in } P \implies E_{\psi}^d = -i\omega\mu Il \frac{e^{ikr_1}}{4\pi r_1} \sin \psi_1 \quad (1.3.1)$$

$$\text{Sorgente virtuale: in } P \implies E_{\psi}^r = +i\omega\mu Il \frac{e^{ikr_2}}{4\pi r_2} \sin \psi_2 \quad (1.3.2)$$

Si osservi che il campo competente alla sorgente virtuale ha il segno opposto.

Esprimiamo l'angolo  $\psi$ , che è misurato fra l'asse  $y$  e il vettore posizione del punto  $P$ , in funzione di  $\theta$  e di  $\phi$ .

$$\cos \psi = \hat{y} \cdot \hat{r} = \hat{y} \cdot (\hat{x} \sin \theta \cos \phi + \hat{y} \sin \theta \sin \phi + \hat{z} \cos \theta) = \sin \theta \sin \phi \quad (1.3.3)$$

da cui si ha:

$$\sin \psi = \sqrt{1 - \cos^2 \psi} = \sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi} \quad (1.3.4)$$

Analogamente al caso di dipolo verticale poniamo:

$r_1 \simeq r - h \cos \theta$  e  $r_2 \simeq r + h \cos \theta$  nei fattori  $e^{ikr_1}$  e  $e^{ikr_2}$  per tenere conto delle variazioni di fase e  $r_1 \simeq r_2 \simeq r$  nel denominatore dei termini  $\frac{e^{ikr_1}}{r_1}$  e  $\frac{e^{ikr_2}}{r_2}$ .

Il campo totale nel punto  $P$  (far field) è, allora:

$$E_\psi = E_\psi^d + E_\psi^r = -i\omega\mu Il \frac{e^{ik(r-h\cos\theta)}}{4\pi r} \sqrt{1 - \sin^2\theta \sin^2\phi} + i\omega\mu Il \frac{e^{ik(r+h\cos\theta)}}{4\pi r} \sqrt{1 - \sin^2\theta \sin^2\phi} \quad (1.3.5)$$

La (1.3.5) ovviamente è valida soltanto in punti che stanno al di sopra del piano conduttore, cioè per  $z \geq 0$ ;  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ;  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ .

$$E_\psi = -i\omega\mu Il \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \sqrt{1 - \sin^2\theta \sin^2\phi} [e^{-ikh\cos\theta} - e^{ikh\cos\theta}] = +i\omega\mu Il \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \sqrt{1 - \sin^2\theta \sin^2\phi} [2i \sin(hk \cos\theta)] \quad (1.3.6)$$

Dalla (1.3.6) si deduce che il campo elettrico totale è uguale al prodotto della singola sorgente posta nell'origine per il fattore  $-2i \sin(hk \cos\theta)$  che è una funzione dell'altezza del dipolo dal suolo e del punto di osservazione.

La parte reale del vettore di Poynting cioè la densità superficiale di potenza mediata in un periodo è:

$$S_r = \frac{1}{2Z} \omega^2 \mu^2 I^2 l^2 \frac{1}{(4\pi r)^2} (1 - \sin^2\theta \sin^2\phi) [4 \sin^2(hk \cos\theta)]$$

Poichè  $\frac{\omega^2 \mu^2}{Z} = \frac{\omega^2 \mu^2}{\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}} = \omega^2 \epsilon \mu \frac{\mu}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \omega^2 \epsilon \mu \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = k^2 Z$ , si ha:

$$S_r = 2Z \left[ \frac{kIl}{4\pi r} \right]^2 (1 - \sin^2\theta \sin^2\phi) [\sin^2(hk \cos\theta)] \quad (1.3.7)$$

Grafichiamo al solito, i diagrammi di radiazione dati dalla (1.3.7) in funzione della altezza  $h$  sopra il piano conduttore. Poichè i diagrammi dipendono dall'angolo azimutale  $\phi$ , li grafichiamo per  $\phi = 90^\circ$  cioè nel piano  $yz$ .

La funzione da graficare è il fattore di forma per  $\phi = 90^\circ$ , cioè:

$$F(\theta) = \cos^2\theta [\sin^2(hk \cos\theta)] \quad (1.3.8)$$

La (1.3.8) è sempre nulla per  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

Al solito riportiamo la quantità  $10 \log_{10} F(\theta)$  cioè esprimiamo il diagramma di radiazione in dB.

Analizziamo gli zeri della (1.3.8). Essi si hanno per  $\cos^2\theta = 0$  cioè per  $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$  e per

$$kh \cos\theta = r\pi \implies \cos\theta = \frac{r\lambda}{2h} \quad (1.3.9)$$

Escludendo il caso  $r = 0$  per il quale  $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ , possiamo avere i seguenti casi.

Per  $\frac{\lambda}{h} > 2$  cioè per  $h < \frac{\lambda}{2}$  la (1.3.9) non può mai essere verificata qualunque sia il valore di  $r$  diverso da zero; quindi l'unico zero nel diagramma è dato per  $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$  cioè esso presenta un solo lobo.

Per  $\frac{1}{2} \leq \frac{h}{\lambda} < 1$  la condizione è soddisfatta per  $r = 1$  e quindi ci sarà uno zero oltre a quello relativo a  $\pm 90^0$  (per  $\frac{h}{\lambda} = \frac{1}{2}$  questo sarà  $\theta = 0$ ).

Per  $1 \leq \frac{h}{\lambda} < \frac{3}{2}$  la condizione (1.3.9) è soddisfatta per  $r = 1$  e  $r = 2$  e quindi ci saranno due zeri oltre a quello relativo a  $\pm 90^0$

Esempio: per  $\frac{h}{\lambda} = 1$  gli zeri sono:

$$\cos \theta_1 = \frac{1}{2} \implies \theta_1 = \pm 60^0$$

$$\cos \theta_2 = 1 \implies \theta_2 = 0^0$$

### Diagrammi di radiazione - Dipolo orizzontale

$h = 0 ; kh = 0$		
$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB
$90^0$	0	$-\infty$
$85^0$	0	$-\infty$
$80^0$	0	$-\infty$
$75^0$	0	$-\infty$
$70^0$	0	$-\infty$
$65^0$	0	$-\infty$
$60^0$	0	$-\infty$
$55^0$	0	$-\infty$
$50^0$	0	$-\infty$
$45^0$	0	$-\infty$
$40^0$	0	$-\infty$
$35^0$	0	$-\infty$
$30^0$	0	$-\infty$
$25^0$	0	$-\infty$
$20^0$	0	$-\infty$
$15^0$	0	$-\infty$
$10^0$	0	$-\infty$
$5^0$	0	$-\infty$
$0^0$	0	$-\infty$

$h = \lambda/8 ; kh = \pi/4$		
$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB
$90^0$	0	$-\infty$
$85^0$	$3.55 \cdot 10^{-5}$	-44.5
$80^0$	$5.57 \cdot 10^{-4}$	-32.52
$75^0$	0.0027	-25.64
$70^0$	0.0082	-20.84
$65^0$	0.0189	-17.22
$60^0$	0.0366	-14.36
$55^0$	0.062	-12.05
$50^0$	0.0966	-10.147
$45^0$	0.139	-8.57
$40^0$	0.188	-7.26
$35^0$	0.24	-6.17
$30^0$	0.30	-5.28
$25^0$	0.35	-4.55
$20^0$	0.4	-3.98
$15^0$	0.44	-3.55
$10^0$	0.473	-3.248
$5^0$	0.493	-3.06
$0^0$	0.5	-3.01

$h = \lambda/4 ; kh = \pi/2$		
$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB
$90^0$	0	$-\infty$
$85^0$	$1.41 \cdot 10^{-4}$	-38.49
$80^0$	0.0022	-26.60
$75^0$	0.01047	-19.798
$70^0$	0.0306	-15.137
$65^0$	0.0678	-11.687
$60^0$	0.125	-9.03
$55^0$	0.202	-6.94
$50^0$	0.296	-5.284
$45^0$	0.401	-3.963
$40^0$	0.511	-2.915
$35^0$	0.618	-2.088
$30^0$	0.717	-1.443
$25^0$	0.8037	-0.9489
$20^0$	0.875	-0.579
$15^0$	0.93	-0.313
$10^0$	0.969	-0.135
$5^0$	0.992	-0.03
$0^0$	1	0

$h = \frac{3}{8}\lambda ; kh = \frac{3}{4}\pi$		
$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB
$90^0$	0	$-\infty$
$85^0$	$3.15 \cdot 10^{-4}$	-35
$80^0$	0.00477	-23.21
$75^0$	0.02197	-16.58
$70^0$	0.06	-12.16
$65^0$	0.126	-9.004
$60^0$	0.213	-6.7
$55^0$	0.3134	-5.03
$50^0$	0.411	-3.85
$45^0$	0.495	-3.05
$40^0$	0.555	-2.555
$35^0$	0.588	-2.306
$30^0$	0.596	-2.245
$25^0$	0.586	-2.3196
$20^0$	0.565	-2.477
$15^0$	0.541	-2.6673
$10^0$	0.5196	-2.843
$5^0$	0.505	-2.966
$0^0$	0.5	-3.01

$h = \lambda/2 ; kh = \pi$		
$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB
$90^0$	0	$-\infty$
$85^0$	$5.55 \cdot 10^{-4}$	-32.55
$80^0$	0.0081	-20.905
$75^0$	0.035	-14.516
$70^0$	0.0904	-10.436
$65^0$	0.168	-7.740
$60^0$	0.25	-6.020
$55^0$	0.3117	-5.062
$50^0$	0.3355	-4.743
$45^0$	0.3166	-4.995
$40^0$	0.26388	-5.786
$35^0$	0.194	-7.116
$30^0$	0.125	-9.02
$25^0$	0.07	-11.6
$20^0$	0.031	-15.04
$15^0$	0.01	-19.73
$10^0$	0.0022	-26.56
$5^0$	$1.42 \cdot 10^{-4}$	-38.05
$0^0$	0	$-\infty$

$h = \lambda ; kh = 2\pi$		
$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB
$90^0$	0	$-\infty$
$85^0$	0.002	-26.86
$80^0$	0.0237	-16.24
$75^0$	0.0668	-11.75
$70^0$	0.082	-10.86
$65^0$	0.039	-14.09
$60^0$	0	$-\infty$
$55^0$	0.065	-11.84
$50^0$	0.25	-5.98
$45^0$	0.464	-3.33
$40^0$	0.58	-2.36
$35^0$	0.55	-2.58
$30^0$	0.417	-3.796
$25^0$	0.253	-5.964
$20^0$	0.12	-9.178
$15^0$	0.04	-13.755
$10^0$	0.0088	-20.55
$5^0$	$5.67 \cdot 10^{-4}$	-32.46
$0^0$	0	$-\infty$

**Diagrammi di radiazione (Fattore di forma)**  
**Dipolo orizzontale posto ad un'altezza  $h$  da un piano perfettamente conduttore**  
**Scala in dB**

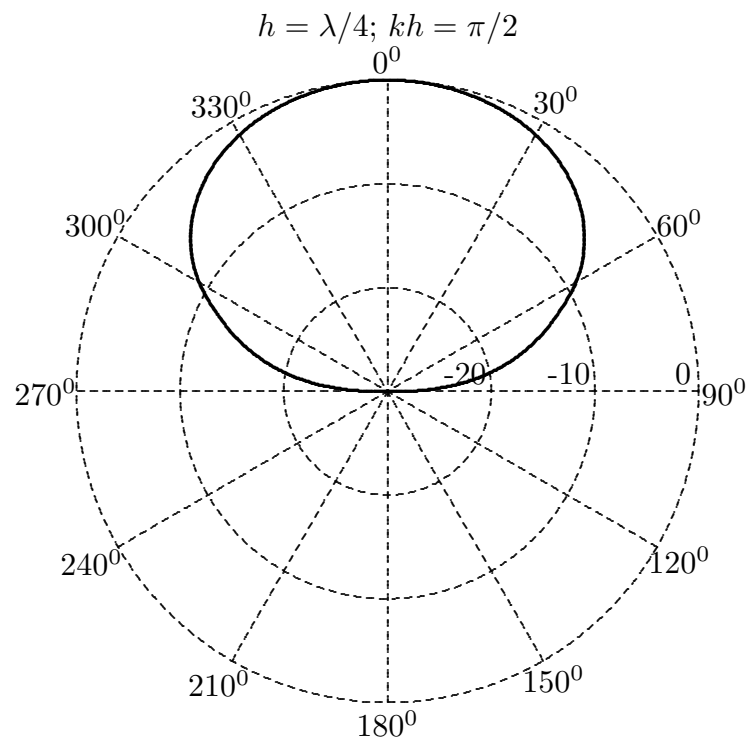
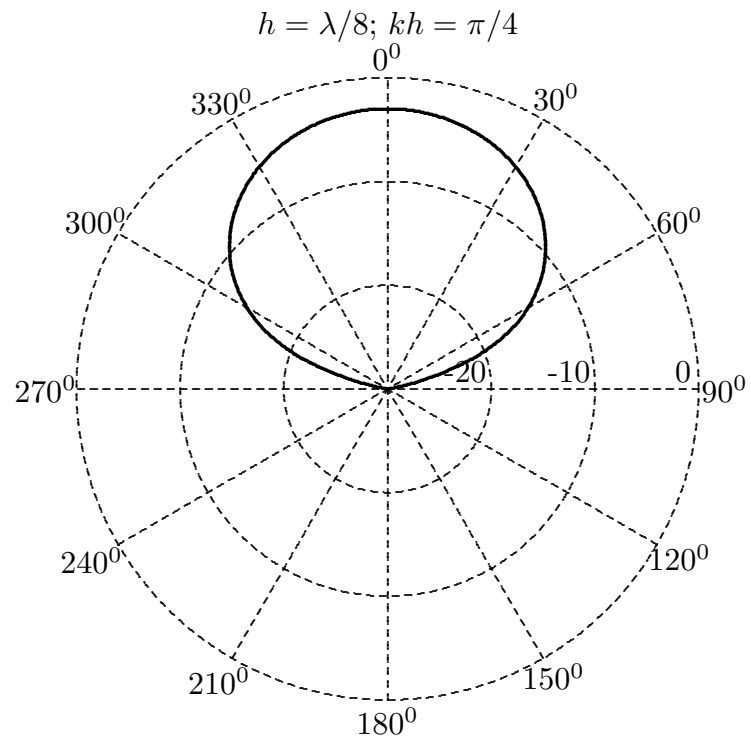


fig.1.3-2

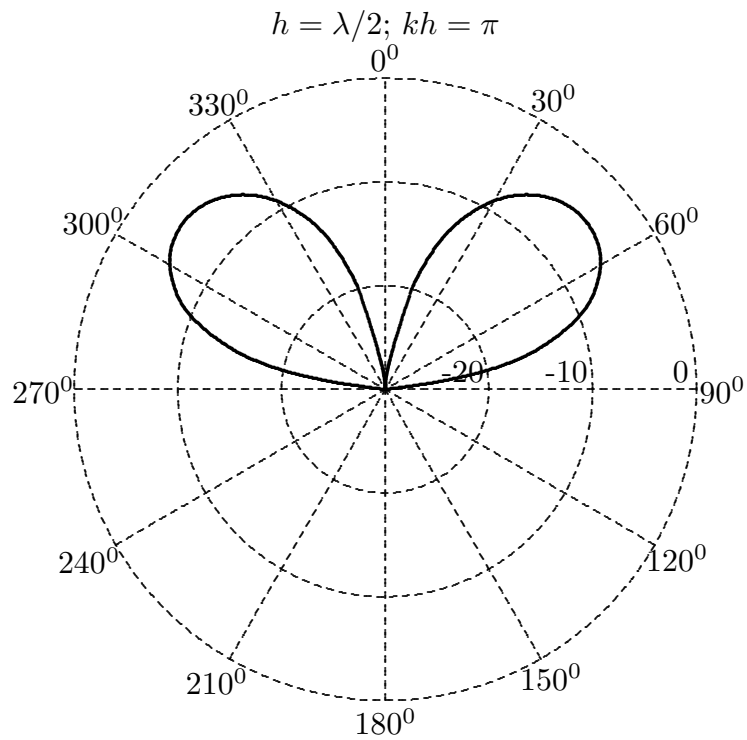
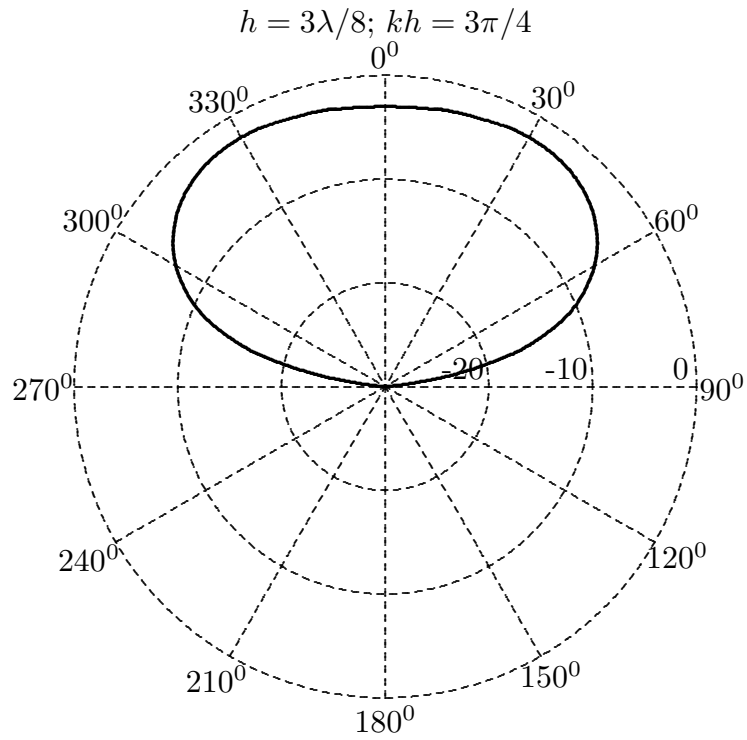


fig.1.3-3



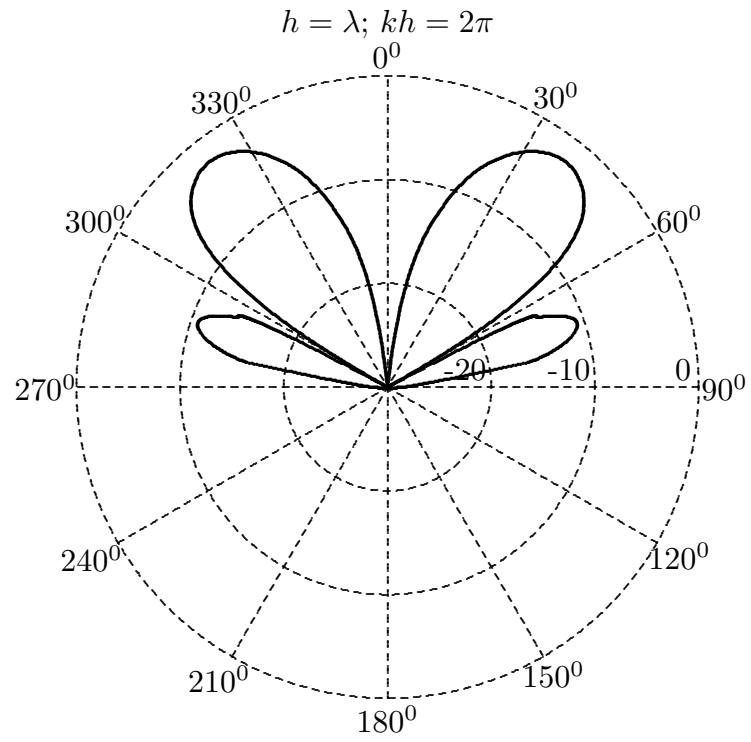
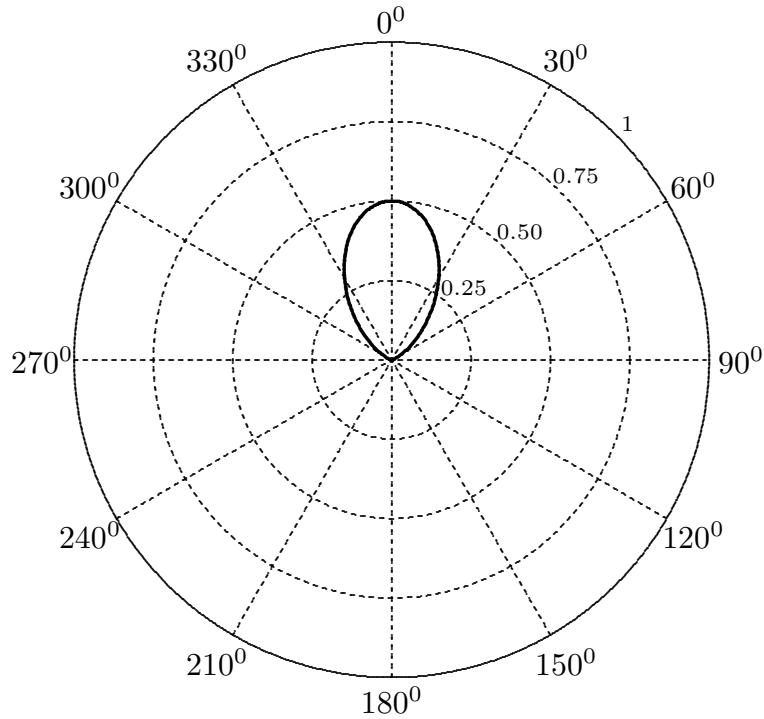


fig.1.3-4

**Diagrammi di radiazione (Fattore di forma)**

**Dipolo orizzontale posto ad un'altezza  $h$  da un piano perfettamente conduttore**  
**Scala lineare**

$$h = \lambda/8; kh = \pi/4$$



$$h = \lambda/4; kh = \pi/2$$

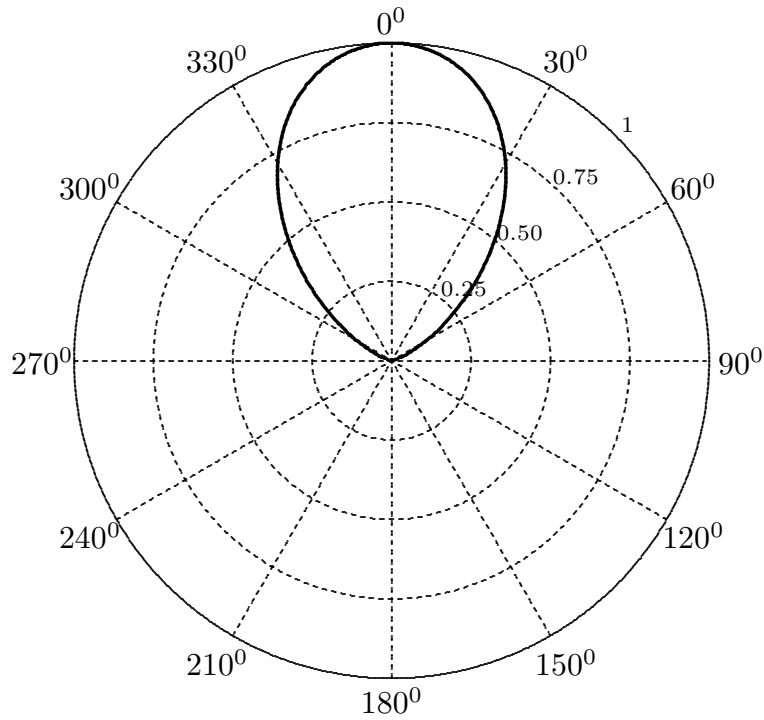


fig.1.3.5

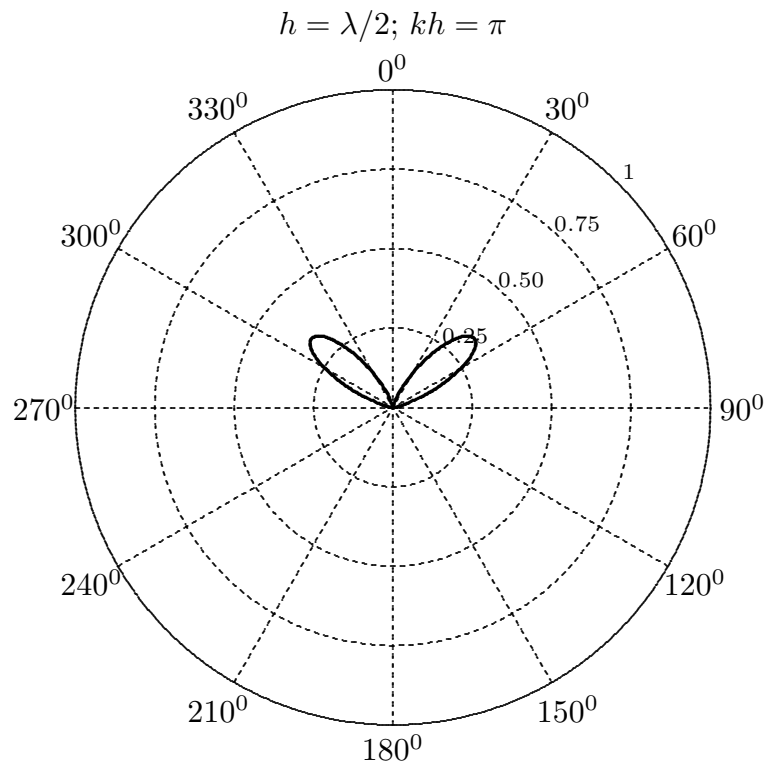
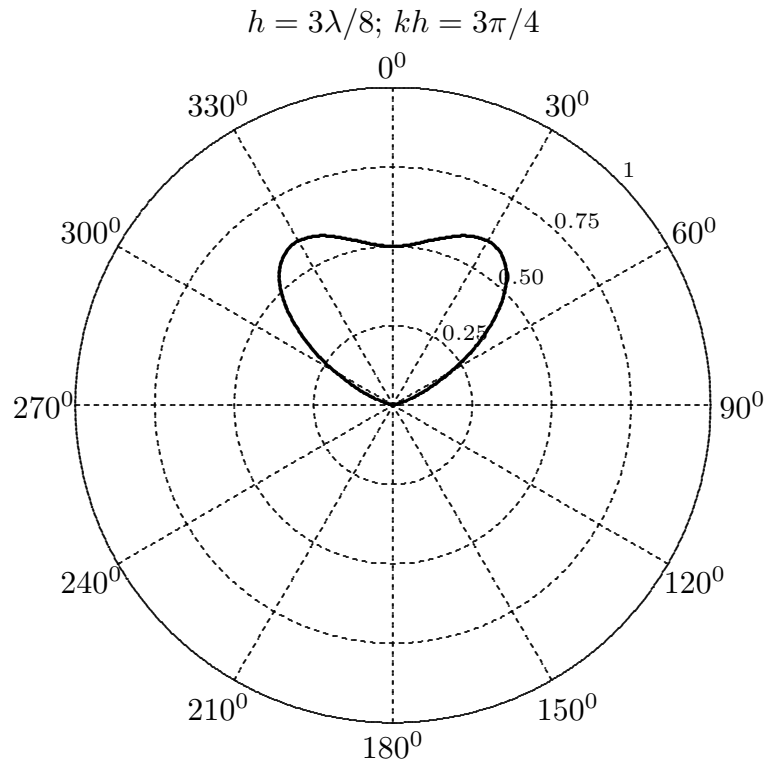


fig.1.3.6

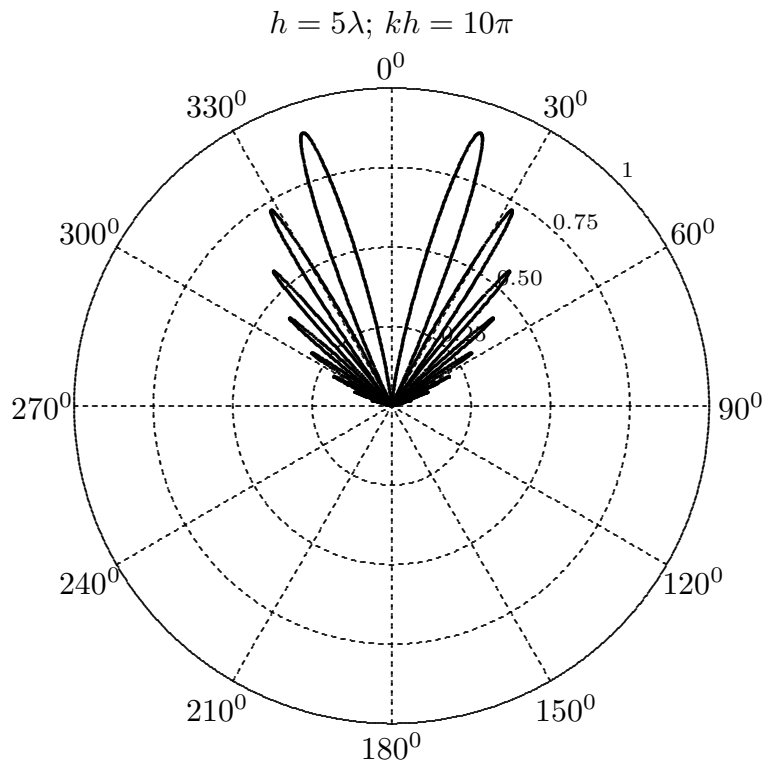
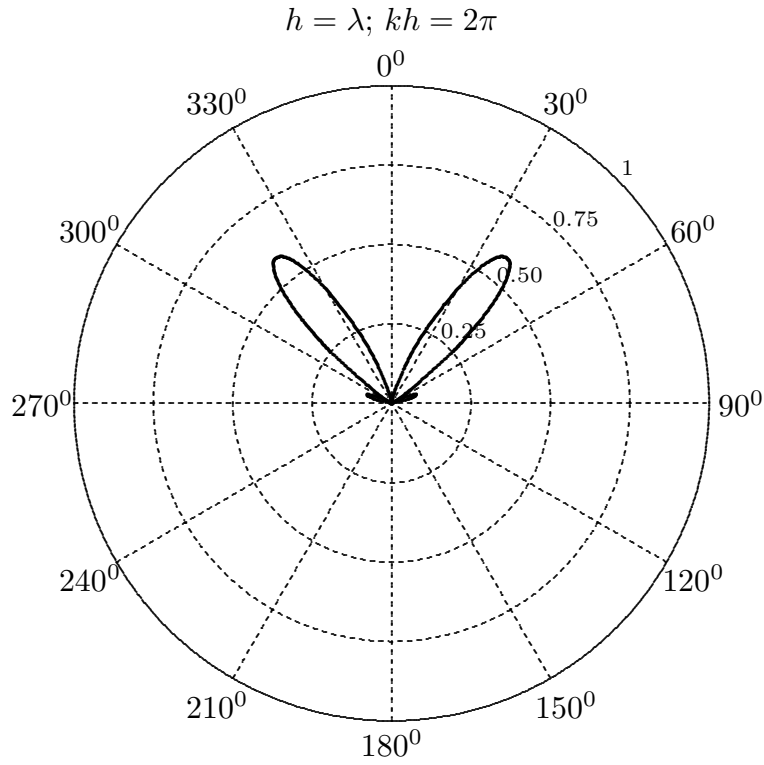


fig.1.3.7

### Calcolo della resistenza di radiazione per un dipolo orizzontale

Calcoliamo la potenza irradiata totale attraverso una semisfera di raggio  $r$  contenente il dipolo reale e avente come piano diametrale il piano conduttore.

$$P_r = \int_{\text{semisfera}} S_r da = \int_{\text{semisfera}} S_r r^2 \sin \theta d\theta d\phi$$

ossia:

$$P_r = 2Z \left[ \frac{kIl}{4\pi} \right]^2 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi) \sin \theta [\sin^2(kh \cos \theta)] \quad (1.3.10)$$

Si ha:

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi) \sin \theta [\sin^2(kh \cos \theta)] = \\ &= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin \theta \sin^2(kh \cos \theta) - \int_0^{2\pi} d\phi \sin^2 \phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin^3 \theta \sin^2(kh \cos \theta) = \\ &= \int_0^{2\pi} d\phi \int_{kh}^0 \left[ -\frac{dx}{hk} \sin^2 x \right] - \int_0^{2\pi} d\phi \sin^2 \phi \int_{kh}^0 \left[ -\frac{dx}{hk} \left( 1 - \frac{x^2}{h^2 k^2} \right) \sin^2 x \right] \quad (1.3.11) \end{aligned}$$

avendo posto nella (1.3.11)  $x = hk \cos \theta$  e, quindi,  $-hk \sin \theta d\theta = dx$

Ne segue che:

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi) \sin \theta [\sin^2(kh \cos \theta)] = -\frac{1}{hk} 2\pi \left[ \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} \right]_{hk}^0 + \\ & - \left\{ -\frac{1}{hk} \left[ \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} \right]_{hk}^0 + \frac{1}{h^3 k^3} \left[ \frac{x^3}{6} - \left( \frac{x^2}{4} - \frac{1}{8} \right) \sin 2x - \frac{x \cos 2x}{4} \right]_{hk}^0 \right\} \pi = \\ &= \frac{1}{hk} 2\pi \left( \frac{hk}{2} - \frac{\sin 2hk}{4} \right) - \pi \left\{ \frac{1}{hk} \left( \frac{hk}{2} - \frac{\sin 2hk}{4} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{h^3 k^3} \left( -\frac{h^3 k^3}{6} + \frac{h^2 k^2}{4} \sin 2hk - \frac{1}{8} \sin 2hk + \frac{hk}{4} \cos 2hk \right) \right\} = \\ &= \pi - \pi \frac{\sin 2hk}{2hk} - \frac{1}{2} \pi + \pi \frac{\sin 2hk}{4hk} + \frac{1}{6} \pi - \pi \frac{\sin 2hk}{4hk} + \pi \frac{\sin 2hk}{8h^3 k^3} - \pi \frac{\cos 2hk}{4h^2 k^2} = \\ &= \pi \left[ \frac{2}{3} - \frac{\sin 2hk}{2hk} + \frac{\sin 2hk}{(2hk)^3} - \frac{\cos 2hk}{(2hk)^2} \right] \end{aligned}$$

Pertanto:

$$P_r = Z \frac{\pi}{2} \left( \frac{Il}{\lambda} \right)^2 \left[ \frac{2}{3} - \frac{\sin 2hk}{2hk} + \frac{\sin 2hk}{(2hk)^3} - \frac{\cos 2hk}{(2hk)^2} \right] \quad (1.3.12)$$

Per risolvere l'integrale della (1.3.12) si sono utilizzati i risultati dei seguenti integrali (vedi Dwight pag. 94):

$$\int \sin^2 x dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + c \implies \int_0^{2\pi} \sin^2 \phi d\phi = \pi$$

$$\int x^2 \sin^2 x dx = \frac{x^3}{6} - \left(\frac{x^2}{4} - \frac{1}{8}\right) \sin 2x - \frac{x \cos 2x}{4} + c$$

**La resistenza di radiazione** è data da:

$$\text{dip. orizzontale} \frac{R_r}{|I|^2} = Z\pi \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \left[ \frac{2}{3} - \frac{\sin 2hk}{2hk} + \frac{\sin 2hk}{(2hk)^3} - \frac{\cos 2hk}{(2hk)^2} \right] \quad (1.3.13)$$

Per piccoli valori di  $kh$  si possono sviluppare in serie i seni e coseni ottenendo:

$$\begin{aligned} R_r \underset{hk \rightarrow 0}{=} Z\pi \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 & \left[ \frac{2}{3} - \frac{(2hk) - \frac{1}{6}(2hk)^3 + \frac{1}{5!}(2hk)^5}{2hk} - \frac{1 - \frac{1}{2}(2hk)^2 + \frac{1}{4!}(2hk)^4}{(2hk)^2} + \right. \\ & \left. + \frac{(2hk) - \frac{1}{6}(2hk)^3 + \frac{1}{5!}(2hk)^5}{(2hk)^3} \right] = \\ & = Z\pi \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \left[ \frac{2}{3} - 1 + \frac{1}{6}(2kh)^2 - \frac{1}{5!}(2hk)^4 - \frac{1}{(2kh)^2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4!}(2hk)^2 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{(2kh)^2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{5!}(2hk)^2 \right] = \\ & = Z\pi \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \left[ \frac{2}{3} - \frac{2}{3} + \frac{2}{15}(2kh)^2 \right] = Z\pi \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \frac{8}{15} 4\pi^2 \frac{h^2}{\lambda^2} = \\ & = Z \frac{32\pi^3}{15} \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 \end{aligned} \quad (1.3.14)$$

avendo trascurato il termine  $\frac{(2hk)^4}{5!}$ .

Per arrivare alla (1.3.14) si sono utilizzati gli sviluppi:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

Per  $hk \rightarrow \infty$ , la (1.3.13) si riduce a quella di un elemento isolato.

### Calcolo del guadagno per un dipolo orizzontale

Nel caso del dipolo orizzontale, data la dipendenza sia da  $\theta$  che da  $\phi$ , é conveniente valutare il guadagno in una data direzione al variare dell'altezza del dipolo dal piano conduttore.

Scriviamo la formula del vettore di Poynting per  $\theta = 0^0$  e  $\phi = 90^0$ :

$$S_r(\theta = 0, \phi = 90^0) = \frac{Z}{2} \left[ \frac{Il}{\lambda r} \right]^2 \sin^2(kh) \quad (1.3.15)$$

Il guadagno di un dipolo orizzontale posto ad una altezza  $h$  sopra un piano perfettamente conduttore, per  $\theta = 0^0$  e  $\phi = 90^0$ , è:

$$G = \frac{4\pi r^2 (S_r)_{\theta=0^0, \phi=90^0}}{P_r} = \frac{4 \sin^2(hk)}{\left[ \frac{2}{3} - \frac{\sin(2kh)}{2kh} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3} \right]} \quad (1.3.16)$$

Per piccoli valori di  $kh$  ( $kh \rightarrow 0$ ) la (1.3.16) si riduce a

$$\frac{G}{kh \rightarrow 0} = \frac{4 \sin^2(hk)}{\frac{8}{15}(kh)^2} = 7.5 \left( \frac{\sin kh}{kh} \right)^2 \quad (1.3.17)$$

Grafichiamo il guadagno e la resistenza di radiazione in funzione del rapporto  $h/\lambda$  per il dipolo orizzontale. Si è assunto  $l = \lambda/50$  per la valutazione della resistenza di radiazione.

#### Dipolo orizzontale posto ad una altezza $h$ da un piano perfettamente conduttore ( $l = \lambda/50$ )

$h/\lambda$	.05	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1
$G$	7.41	7.14	6.05	4.16	1.65	0	2.57	5.92	4.96	1.85	0
$R_r$	0.024	0.092	0.283	0.41	0.396	0.304	0.25	0.29	0.347	0.354	0.3128
$h/\lambda$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.75	1.8	1.9	2
$G$	2.31	5.73	5.128	1.92	0	2.23	5.64	5.98	5.21	1.95	0
$R_r$	0.2826	0.299	0.334	0.34	0.3145	0.293	0.30	0.31	0.328	0.334	0.315
$h/\lambda$	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3	
$G$	2.19	5.596	5.259	1.98	0	2.17	5.56	5.29	1.99	0	
$R_r$	0.298	0.306	0.326	0.33	0.315	0.30	0.30	0.32	0.328	0.315	

Nel caso del dipolo orizzontale, il guadagno (per  $\theta = 0^0$  e  $\phi = 90^0$ ) ha il valore massimo di 7.5 per piccoli valori di  $h$ .

Inoltre esso presenta dei massimi di valore circa 6 quando  $h \simeq (0.75+n/2)\lambda$ ,  $n=0,1,2,3$ . Infatti nella formula (1.3.16), al crescere di  $h/\lambda$ , il denominatore può approssimarsi a  $\frac{2}{3}$ .

**Dipolo orizzontale posto ad una altezza  $h$  sopra un piano perfettamente conduttore**

———— Guadagno per  $\theta = 0^\circ$  e  $\phi = 90^\circ$

- - - - - Resistenza di radiazione  $R_r(\text{Ohm})$  ( $l = \frac{\lambda}{50}$ )

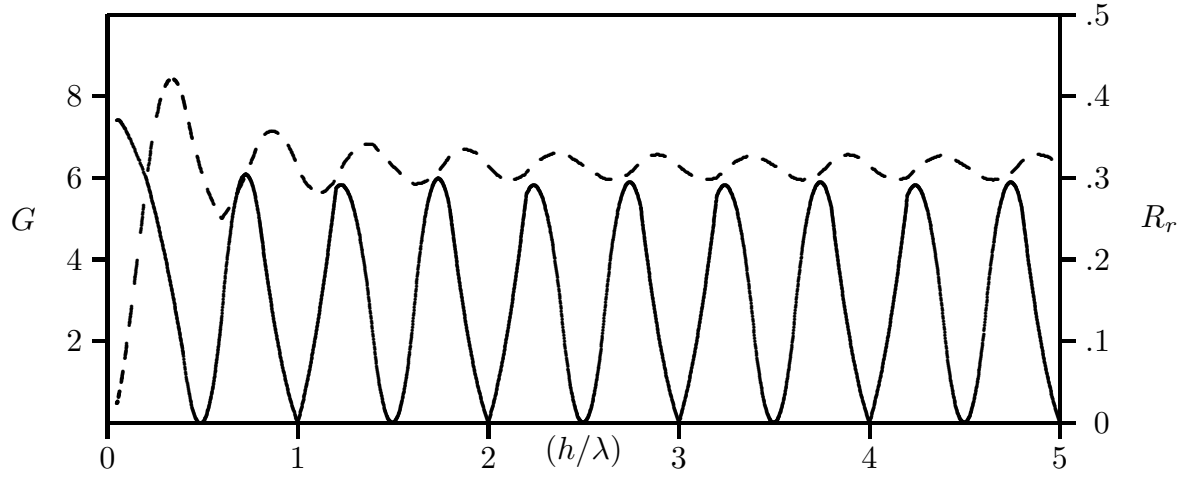


fig.1.3-8



## 1.4 - Effetti del suolo

Nei precedenti paragrafi abbiamo studiato le variazioni nelle caratteristiche della radiazione emessa da dipoli hertziani verticali ed orizzontali quando questi sono posti sopra un piano perfettamente conduttore.

La terra non è un conduttore perfetto ed essa è sempre presente in ogni sistema di antenne.

Inoltre la terra non è una superficie piana, ma si può considerare piana nell'analisi dei patterns di radiazione purchè il raggio terrestre si mantenga grande rispetto alla lunghezza d'onda e gli angoli di radiazione siano più grandi di  $57.3/(ka)^{\frac{1}{3}}$  dalla tangente.

In generale, le caratteristiche di un'antenna a bassa (LF) e media frequenza (MF) sono profondamente influenzate dalle perdite sulla terra. Questo è particolarmente evidente nella resistenza d'ingresso.

Quando l'antenna è situata ad un'altezza che è piccola rispetto allo "skin depth" (profondità di penetrazione) della terra, la resistenza d'ingresso può anche essere più grande di quella competente al libero spazio.

Questo comporta poca efficienza dell'antenna.

Un miglioramento nell'efficienza può essere ottenuto ponendo fili radiali o dischi metallici sul suolo.

Le procedure analitiche che saranno introdotte per esaminare gli effetti della conducibilità finita del suolo sono basate su modelli dell'ottica geometrica delle precedenti lezioni.

La sorgente immagine (virtuale) è di nuovo posta ad una altezza  $h$  sotto l'interfaccia per tenere conto delle riflessioni. Tuttavia, per ciascuna polarizzazione si devono considerare coefficienti di riflessione diversi dall'unità e che, in generale, saranno funzione dell'angolo di incidenza e dei parametri costitutivi dei due mezzi. Sebbene utilizzeremo i coefficienti di riflessione relativi a onde piane si commetterà poco errore anche nel caso di radiazione emessa da antenne.

Le formulazioni dell'ottica geometrica risultano valide se le sorgenti sono completamente immerse nel mezzo senza perdite. Quando le sorgenti sono poste sul suolo, la formulazione dovrebbe includere possibili contributi ad onde superficiali.

La formulazione esatta si basa sulle formule integrali di Sommerfeld.

### Dipolo elettrico verticale

Ci si può sempre riferire alle figure 1.2-1 e 1.2-2. Nell'ipotesi di terra piana e di "far field", il campo elettrico nel punto  $P$  è dato dalla sovrapposizione del campo emesso dalla sorgente reale e da quello emesso dalla sorgente virtuale moltiplicato per il coefficiente di Fresnel  $R_v$ .

Il coefficiente di Fresnel  $R_v$  è quello competente ad onde **il cui campo elettrico giace nel piano di incidenza**. Si ha, perciò:

$$R_v = \frac{\mu_1 k_2 \cos \theta_0 - \mu_2 k_1 \cos \theta_2}{\mu_1 k_2 \cos \theta_0 + \mu_2 k_1 \cos \theta_2} \dagger \quad (1.4.1)$$

---

† vedi Appunti di Campi elettromagnetici

dove  $k_1$  è la costante di propagazione nel mezzo in cui è situata la sorgente reale (aria),  $k_2$  è la costante di propagazione del suolo,  $\theta_0$  è l'angolo d'incidenza e  $\theta_2$  è l'angolo di rifrazione cioè l'angolo formato fra la normale ed il raggio che penetra nella terra.

Modifichiamo formalmente la (1.4.1).

Poniamo  $\mu_1 \simeq \mu_0$  e dividiamo numeratore e denominatore per  $k_2$  e per  $\mu_0$

$$R_v = \frac{\cos \theta_0 - \frac{\mu_2 k_1}{\mu_0 k_2} \cos \theta_2}{\cos \theta_0 + \frac{\mu_2 k_1}{\mu_0 k_2} \cos \theta_2} \quad (1.4.2)$$

dove

$$\begin{aligned} k_1 &= \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \\ k_2 &= \sqrt{\omega^2 \epsilon_2 \mu_2 + i \omega \sigma \mu_2} = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_2}{\epsilon_0 \mu_0} + i \frac{\sigma \mu_2}{\omega \epsilon_0 \mu_0}} = \\ &= \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{\frac{\omega \epsilon_2 \mu_2 + i \sigma \mu_2}{\omega \epsilon_0 \mu_0}} \end{aligned}$$

Per cui:

$$\frac{k_1}{k_2} = \sqrt{\frac{\omega \epsilon_0 \mu_0}{\omega \epsilon_2 \mu_2 + i \sigma \mu_2}} = \sqrt{\frac{-i \omega \epsilon_0 \mu_0}{\sigma \mu_2 - i \omega \epsilon_2 \mu_2}} \quad (1.4.3)$$

$$R_v = \frac{\cos \theta_0 - \frac{\mu_2}{\mu_0} \sqrt{\frac{-i \omega \epsilon_0 \mu_0}{\sigma \mu_2 - i \omega \epsilon_2 \mu_2}} \cos \theta_2}{\cos \theta_0 + \frac{\mu_2}{\mu_0} \sqrt{\frac{-i \omega \epsilon_0 \mu_0}{\sigma \mu_2 - i \omega \epsilon_2 \mu_2}} \cos \theta_2} \quad (1.4.4)$$

Moltiplicando sia il numeratore che il denominatore per  $\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ , la (1.4.4) diventa:

$$R_v = \frac{\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cos \theta_0 - \frac{\mu_2}{\mu_0} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \sqrt{\frac{-i \omega \epsilon_0 \mu_0}{\sigma \mu_2 - i \omega \epsilon_2 \mu_2}} \cos \theta_2}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cos \theta_0 + \frac{\mu_2}{\mu_0} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \sqrt{\frac{-i \omega \epsilon_0 \mu_0}{\sigma \mu_2 - i \omega \epsilon_2 \mu_2}} \cos \theta_2} \quad (1.4.5)$$

Si osservi che nella (1.4.3) abbiamo moltiplicato per  $-i$  in quanto secondo la nostra notazione, il fattore di fase temporale è  $e^{-i\omega t}$ .

Indicando con  $Z_1$  e  $Z_2$  rispettivamente  $\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$  e  $\sqrt{\frac{-i \omega \mu_2}{\sigma - i \omega \epsilon_2}}$ , cioè le impedenze intrinseche dei mezzi, si ha:

$$R_v = \frac{Z_1 \cos \theta_0 - Z_2 \cos \theta_2}{Z_1 \cos \theta_0 + Z_2 \cos \theta_2} \quad (1.4.6)$$

Ovviamente l'angolo  $\theta_2$  è legato all'angolo  $\theta_0$  dalla legge di Snell:

$$k_1 \sin \theta_0 = k_2 \sin \theta_2$$

da cui

$$\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2} = \sqrt{1 - \left(\frac{k_1}{k_2} \sin \theta_0\right)^2} \quad (1.4.7)$$

Il campo elettrico totale nel punto  $P$  sopra la superficie terrestre (far field) è:

$$E_\theta = -i\omega\mu Il \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \sin \theta [e^{-ikh \cos \theta} + R_v e^{ikh \cos \theta}] \quad (1.4.8)$$

$R_v$  è il coefficiente di Fresnel dato dalla (1.4.5).

Allo scopo di capire a fondo la (1.4.8) eseguiamo alcuni calcoli di  $R_v$  utilizzando le formule studiate nel corso di Campi elettromagnetici.

### Calcolo di $R_v$ per alcuni mezzi geologici

Il mezzo 1 (dove è situata l'antenna reale) sia l'aria ( $\epsilon_{r_1} = 1$ ,  $\mu_{r_1} = 1$ ,  $\sigma_1 = 0$ ).

Il mezzo 2 (sulla superficie del quale avviene la riflessione) è la terra i cui parametri costitutivi sono  $\epsilon_2$ ,  $\mu_2$ ,  $\sigma$ .

Il coefficiente di Fresnel per il campo elettrico riflesso è:

$$R_v = \rho_{||} e^{-i\delta_{||}}$$

dove  $\rho_{||}$  è il modulo e  $\delta_{||}$  è la fase.

Le grandezze che si devono calcolare preliminarmente per il calcolo di  $\rho_{||}$  e  $\delta_{||}$  senza approssimazione sono:

$$\alpha_2 = \omega \sqrt{\frac{\mu_2 \epsilon_2}{2} \left[ \sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon_2^2 \omega^2}} - 1 \right]} \quad (1.4.9)$$

$$\beta_2 = \omega \sqrt{\frac{\mu_2 \epsilon_2}{2} \left[ \sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon_2^2 \omega^2}} + 1 \right]} \quad (1.4.10)$$

$$\beta_1 = \omega \sqrt{\mu_1 \epsilon_1} \quad (1.4.11)$$

$$\alpha_1 = 0 \quad (1.4.12)$$

$$p^2(\theta_0) = \frac{1}{2} \left[ -\beta_2^2 + \alpha_2^2 + \beta_1^2 \sin^2 \theta_0 + \sqrt{4\alpha_2^2 \beta_2^2 + (\beta_2^2 - \alpha_2^2 - \beta_1^2 \sin^2 \theta_0)^2} \right] \quad (1.4.13)$$

$$q^2(\theta_0) = \frac{1}{2} \left[ \beta_2^2 - \alpha_2^2 - \beta_1^2 \sin^2 \theta_0 + \sqrt{4\alpha_2^2 \beta_2^2 + (\beta_2^2 - \alpha_2^2 - \beta_1^2 \sin^2 \theta_0)^2} \right] \quad (1.4.14)$$

dove  $\theta_0$  è l'angolo di incidenza.

Infine, per  $\rho_{\parallel}$  e  $\delta_{\parallel}$  si ha:

$$\rho_{\parallel}^2 = \frac{[\mu_1 (\beta_2^2 - \alpha_2^2) \cos \theta_0 - \mu_2 \beta_1 q]^2 + [2\mu_1 \beta_2 \alpha_2 \cos \theta_0 - \mu_2 \beta_1 p]^2}{[\mu_1 (\beta_2^2 - \alpha_2^2) \cos \theta_0 + \mu_2 \beta_1 q]^2 + [2\mu_1 \beta_2 \alpha_2 \cos \theta_0 + \mu_2 \beta_1 p]^2} \quad (1.4.15)$$

$$\tan \delta_{\parallel} = \frac{2\mu_1 \mu_2 \beta_1 p (q^2 + p^2 - \beta_1^2 \sin^2 \theta_0) \cos \theta_0}{\mu_2^2 \beta_1^2 (q^2 + p^2) - \mu_1^2 (\beta_2^2 + \alpha_2^2) \cos^2 \theta_0} \quad (1.4.16)$$

A scopo di completezza, scriviamo qui di seguito le formule relative a  $\rho_{\perp}$  e  $\delta_{\perp}$  cioè competenti ad uno stato di polarizzazione del campo elettrico incidente ortogonale al piano di incidenza.

$$\rho_{\perp}^2 = \frac{[\mu_1 q - \mu_2 \beta_1 \cos \theta_0]^2 + \mu_1^2 p^2}{[\mu_1 q + \mu_2 \beta_1 \cos \theta_0]^2 + \mu_1^2 p^2} \quad (1.4.17)$$

$$\tan \delta_{\perp} = \frac{2\mu_1 \mu_2 \beta_1 p \cos \theta_0}{\mu_2^2 \beta_1^2 \cos^2 \theta_0 - \mu_1^2 (q^2 + p^2)} \quad (1.4.18)$$

Si ha ovviamente:

$$R_h = \rho_{\perp} e^{-i\delta_{\perp}}$$

Ricordiamo che  $\rho_{\parallel}$  e  $\rho_{\perp}$  sono i moduli dei coefficienti di Fresnel per le ampiezze riflesse. Per la valutazione di  $R_v$  ed  $R_h$  bisogna introdurre i parametri costitutivi della terra.

Essi dipendono fortemente dai materiali geologici costituenti il suolo. Tipici valori per la costante dielettrica relativa  $\epsilon_{r2}$  variano da 5 a 100 e la conducibilità  $\sigma$  varia fra  $10^{-3}$  e  $10^{-1}$  S/m.

Nella seguente tabella diamo alcuni valori medi delle costanti relative al suolo ed all'acqua. Nella prima colonna vi è il valore della frequenza rispetto alla quale si riferiscono i valori delle costanti caratterizzanti le proprietà elettriche del mezzo.

Mezzo	$\nu$ (MHz)	$\sigma$ (S/m)	$\epsilon_r$	$s = \frac{\sigma}{\omega\epsilon_0}$	$\frac{\sigma}{\omega\epsilon}$
<b>Acqua di mare</b>	100 ÷ 1500	4.3	80	773 ÷ 52	9.66 ÷ 0.65
<b>Acqua di mare (20°C – 25°C)</b>	3000	6.5	69	39	0.56
<b>Acqua di mare (28°C)</b>	9375	16	65	30.7	0.47
<b>Acqua distillata (23°C)</b>	9375	12	67	23	0.34
<b>Acqua dolce di lago</b>	300	$10^{-3} \div 10^{-2}$	80	0.06 ÷ 0.6	$7.5 \cdot (10^{-4} \div 10^{-3})$
<b>Terreno sabbioso secco</b>	3333.3	0.03	2	0.16	0.08
<b>Terreno sabbioso umido</b>	3333.3	0.6	24	3.24	0.13
<b>Terreno asciutto</b>	300	$10^{-4}$	4	0.006	0.0015
<b>Terreno umido</b>	300	$10^{-2}$	30	0.6	0.02

Nella penultima colonna è stato inserito il valore  $s = \frac{\sigma}{\omega\epsilon_0}$  in quanto le (1.4.15 - 1.4.18), fissato un determinato valore di  $s$ , sono indipendenti da  $\omega$ .

Pertanto si possono costruire delle curve universali, assumendo  $s$  come parametro per determinati valori di  $\epsilon_r$ , al variare, naturalmente di  $\theta_0$ .

Per stabilire alcune proprietà dei coefficienti di riflessione, grafichiamo le (1.4.15) - (1.4.18) nel caso di un "suolo intermedio" cioè con i seguenti parametri:

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_0, \epsilon_{r_2} = 10, \sigma = 0.005 \text{ S/m}, \nu = 9 \text{ MHz}, \implies s \simeq 10, \frac{\sigma}{\omega\epsilon_2} = 1$$

$\theta_0$	$p$	$q$	$\rho_{\parallel}$	$\tan \delta_{\parallel}$	$\delta_{\parallel}$	$\rho_{\perp}$	$\tan \delta_{\perp}$	$\delta_{\perp}$
$0^0$	.271137	.655214	.608859	-.2189	$-12^0, 3480$	.608859	-.2189	$-192^0, 34807$
$10^0$	.271426	.654515	.6042566	-.222218	$-12^0, 52858$	.6134246	-.21567	$-192^0, 170772$
$20^0$	.272264	.652500	.5898987	-.232862	$-13^0, 10841$	.6271961	-.206027	$-191^0, 641$
$30^0$	.273561	.649408	.5639897	-.2534701	$-14^0, 22322$	.650388	-.19020	$-190^0, 769$
$40^0$	.275171	.645607	.5229747	-.290407	$-16^0, 19369$	.6833143	-.168602	$-189^0, 5702199$
$50^0$	.276910	.641553	.4604623	-.360365	$-19^0, 81742$	.72631247	-.141791	$-188^0, 070247$
$60^0$	.278568	.637734	.3656235	-.523003	$-27^0, 60970$	.779644	-.110524	$-186^0, 30699$
$70^0$	.279937	.634616	.2308847	-1.30374	$-52^0, 511$	.843355	-.07573	$-184^0, 3308111$
$80^0$	.280839	.632578	.2714904	+.868192	$-139^0, 036$	.9171087	-.03849	$-182^0, 2043$
$90^0$	.281154	.631819	1	0	$(0^0 - 180^0)$	1	0	$-180^0$

**Attenzione: i commenti sull'angolo di fase  $\delta_{\perp}$  e  $\delta_{\parallel}$  sono a pag.1-39**

Risulta anche:

$$\alpha_2 = 0.271137 \text{ Np/m}$$

$$\beta_2 = 0.6552142 \text{ rad/m}$$

$$\beta_1 = 0.18862405 \text{ rad/m}$$

Si osservi che, come si verifica facilmente dalla (1.4.13),  $\alpha_2$  corrisponde al valore di  $p$  per  $\theta_0 = 0$  e  $\beta_2$  al valore di  $q$  per  $\theta_0 = 0$ .

Risultano, altresì, verificate le seguenti relazioni:

$$pq = \beta_2 \alpha_2 \forall \theta_0$$

$$p^2 + q^2 = \sqrt{4\alpha_2^2 \beta_2^2 + (\beta_2^2 - \alpha_2^2 - \beta_1^2 \sin^2 \theta_0)^2}$$

$$q^2 - p^2 = \beta_2^2 - \alpha_2^2 - \beta_1^2 \sin^2 \theta_0$$

Dalla tabella si deduce che **il coefficiente di riflessione per polarizzazione parallela ha un valore minimo in corrispondenza ad un particolare angolo di incidenza.**

Poichè questo valore minimo è diverso da zero, l'angolo corrispondente prende il nome di angolo **pseudo-Brewster**.

Nel nostro caso l'angolo pseudo-Brewster vale  $\theta_{0B} = 74^{\circ}, 959$  ed in corrispondenza di esso si ha:

$$\theta_{0B} = 74^{\circ}, 959 \quad \rho_{\parallel} = 0.1860646375 \quad \tan \delta_{\parallel} = 255.6087551 \quad \delta_{\parallel} = 89.77584693$$

È un fatto generale che il coefficiente  $\rho_{\parallel}$  presenta un minimo.

**Norton** ha dimostrato che l'angolo di incidenza pseudo-Brewsteriano soddisfa la seguente equazione:

$$\epsilon_{r2}^2 \left[ \left( 1 - \frac{\sin^2 \theta_{0B}}{\epsilon_{r2}} \right)^2 + \left( \frac{s}{\epsilon_{r2}} \right)^2 \right] = \sin^4 \theta_{0B} \tan^4 \theta_{0B} \quad (1.4.19)$$

e che il modulo del coefficiente di riflessione corrispondente vale:

$$\rho_{\parallel B} = \tan \left( \frac{\pi}{8} + \frac{b'}{4} - \frac{b''}{2} \right) \quad (1.4.20)$$

essendo  $\tan b' = \frac{\epsilon_{r2} - \sin^2 \theta_{0B}}{s}$  e  $\tan b'' = \frac{\epsilon_{r2}}{s}$ .

Abbiamo visto nel corso di Campi elettromagnetici che nel caso di  $\left( \frac{s}{\epsilon_{r2}} \right)^2 \gg 1$  la (1.4.15) diventa:

$$\rho_{\parallel}^2 = \frac{2 \cos^2 \theta_0 - 2x \cos \theta_0 + x^2}{2 \cos^2 \theta_0 + 2x \cos \theta_0 + x^2} \quad (1.4.21)$$

dove  $x$  è  $\frac{\mu_2 \beta_1}{\mu_1 \beta_2} = \sqrt{\frac{2\omega \mu_2 \epsilon_1}{\mu_1 \sigma_2}}$ .

Nel nostro caso  $\epsilon_1 = \epsilon_0$  e  $\mu_1 = \mu_2$ , quindi  $x = \sqrt{\frac{2\omega \epsilon_0}{\sigma_2}} = \sqrt{\frac{2}{s}}$ .

Eguagliando a zero la derivata prima della (1.4.21) si trova che l'angolo  $\theta_{0pB}$  per cui essa si annulla e cioè  $\rho_{\parallel}$  è minimo risulta:

$$\theta_{0pB} = \arccos \frac{1}{\sqrt{s}} \quad \left( \frac{s}{\epsilon_{r2}} \right)^2 \gg 1 \quad (1.4.22)$$

Si osservi che la (1.4.21) non può mai annullarsi e che il valore minimo di  $\rho_{\parallel}$  è 0.4142 indipendente da  $s$ .

Analogamente nel caso di  $\left(\frac{s}{\epsilon_{r_2}}\right)^2 \ll 1$  si ha:

$$\rho_{\parallel}^2 = \left| \frac{\epsilon_{r_2} \cos \theta_0 - \sqrt{\epsilon_{r_1}} \sqrt{\epsilon_{r_2} - \epsilon_{r_1} \sin^2 \theta_0}}{\epsilon_{r_2} \cos \theta_0 + \sqrt{\epsilon_{r_1}} \sqrt{\epsilon_{r_2} - \epsilon_{r_1} \sin^2 \theta_0}} \right|^2 \quad (1.4.23)$$

In questo caso, come abbiamo già visto la (1.4.23) si identifica con la formula calcolata per i mezzi dielettrici; pertanto  $\rho_{\parallel}$  si può annullare e si ha:

$$\begin{aligned} \epsilon_{r_2}^2 \cos^2 \theta_{0B} &= \epsilon_{r_1} \epsilon_{r_2} - \epsilon_{r_1}^2 \sin^2 \theta_{0B} \\ \epsilon_{r_2}^2 \cos^2 \theta_{0B} - \epsilon_{r_1}^2 \cos^2 \theta_{0B} &= \epsilon_{r_1} \epsilon_{r_2} - \epsilon_{r_1}^2 \\ \cos^2 \theta_{0B} &= \frac{\epsilon_{r_1}}{\epsilon_{r_2} + \epsilon_{r_1}} \quad ; \quad \frac{1}{1 + \tan^2 \theta_{0B}} = \frac{\epsilon_{r_1}}{\epsilon_{r_2} + \epsilon_{r_1}} \\ \text{da cui } \tan^2 \theta_{0B} &= \frac{\epsilon_{r_2}}{\epsilon_{r_1}} \implies \tan \theta_{0B} = \sqrt{\frac{\epsilon_{r_2}}{\epsilon_{r_1}}} \end{aligned} \quad (1.4.24)$$

### Fase dei coefficienti di riflessione

$\delta_{\parallel}$ : Secondo la nostra definizione

$$R_v = \rho_{\parallel} e^{-i\delta_{\parallel}}$$

Dalla formula (1.4.5) si deduce che:

a) Per  $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$  (incidenza radente) risulta:

$$R_v = -1, \text{ quindi } \rho_{\parallel} = 1 \text{ e } \delta_{\parallel} = \pi \text{ oppure } \delta_{\parallel} = -\pi \quad (1.4.25)$$

Si noti che  $\rho_{\parallel}$  è sempre positivo in quanto è il modulo di  $R_v$ .

Fisicamente questo significa che il campo elettrico parallelo, che per incidenza radente risulta ortogonale alla superficie di separazione, viene riflesso conservando, sulla superficie di separazione, la direzione ma diventando di verso opposto.

Infatti

$$\hat{n}_1 \times \vec{E}_{1\parallel} = \rho_{\parallel} e^{-i\delta_{\parallel}} \hat{n}_0 \times \vec{E}_{0\parallel} \dagger \quad (1.4.26)$$

Per incidenza radente, sulla superficie di separazione,  $\hat{n}_1$  e  $\hat{n}_0$  hanno la stessa direzione e lo stesso verso, pertanto in virtù della (1.4.25) possiamo scrivere:

$$\left( \hat{n}_1 \times \vec{E}_{1\parallel} \right)_{\theta_0 = \frac{\pi}{2}} = - \left( \hat{n}_1 \times \vec{E}_{0\parallel} \right)_{\theta_0 = \frac{\pi}{2}} \quad (1.4.27)$$

---

† vedi Appunti di Campi elettromagnetici

Ne segue che su  $S$  e per  $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$  risulta  $\vec{E}_{1\parallel} = -\vec{E}_{0\parallel}$

Ovviamente la stessa cosa succede per la componente ortogonale del campo magnetico.

- b) Nell'ipotesi che la conducibilità del secondo mezzo sia infinita ( $\sigma = \infty$ ) risulta:  $R_v = 1$  per qualunque angolo di incidenza. Questo deriva dal fatto che sulla superficie di un conduttore perfetto la componente tangenziale del campo elettrico deve essere nulla. Ciò comporta  $\rho_{\parallel} = 1$  e  $\delta_{\parallel} = 0$  oppure  $\delta_{\parallel} = 2\pi$ .

Ne segue, quindi, che il coefficiente di Fresnel  $R_v$  ha un comportamento discontinuo: per conducibilità finita ed incidenza radente vale  $-1$  mentre per  $\sigma = \infty$ , qualunque sia l'angolo di incidenza, vale  $+1$ .

### Analisi del segno dell'angolo $\delta_{\parallel}$

Dalla tabella di pagina 1-37 si deduce che la tangente di  $\delta_{\parallel}$  è negativa fino a quando  $\theta_0$  è uguale all'angolo pseudo-Brewster, per poi diventare positiva fino ad incidenza radente.

Ricordiamo che, nella nostra notazione, il coefficiente di riflessione è stato definito  $\rho_{\parallel} e^{-i\delta_{\parallel}}$  e in ogni caso esaminando il segno di  $\sin \delta_{\parallel}$  e  $\cos \delta_{\parallel}$  (vedi Appunti di Campi elettromagnetici), si evince che  $\delta_{\parallel}$  giace nel 4° e 3° quadrante. Quindi la sua variabilità è:

$$\pi \leq \delta_{\parallel} \leq 2\pi \quad \text{oppure} \quad -\pi \leq \delta_{\parallel} \leq 0$$

Il valore  $\pi$  ( $o -\pi$ ) viene raggiunto per incidenza radente. Ne segue quindi che: quando la tangente di  $\delta_{\parallel}$  risulta negativa, l'angolo giace nel 4° quadrante e può essere preso col segno meno oppure come  $(2\pi - \delta_{\parallel})$  con  $\delta_{\parallel} > 0$ ; quando la tangente di  $\delta_{\parallel}$  risulta positiva, l'angolo giace nel 3° quadrante e si deve considerare l'angolo  $-180^\circ + \delta_{\parallel \text{calcolato}}$  oppure  $180^\circ + \delta_{\parallel \text{calcolato}}$ . Completiamo la tabella di pagina 1-37 inserendo il calcolo di  $\sin \delta_{\parallel}$ ,  $\cos \delta_{\parallel}$ ,  $\sin \delta_{\perp}$ ,  $\cos \delta_{\perp}$ .

$\theta_0$	p	q	$\rho_{\parallel}$	$\tan \delta_{\parallel}$	$\sin \delta_{\parallel}$	$\cos \delta_{\parallel}$	
$55^\circ$	0.2777	0.6395	0.4179	-0.4218	-0,388	0.92138	
	$\delta_{\parallel}$	$\rho_{\perp}$	$\tan \delta_{\perp}$	$\sin \delta_{\perp}$	$\cos \delta_{\perp}$		$\delta_{\perp}$
	$-22^\circ, 87$	0.7516	-0.1266	0.1256	-0.9920	$-7^\circ, 2186$	$-180^\circ = -187^\circ, 2186$
$\theta_0$	p	q	$\rho_{\parallel}$	$\tan \delta_{\parallel}$	$\sin \delta_{\parallel}$	$\cos \delta_{\parallel}$	
$65^\circ$	0.2793	0.6360	0.3021	-0.7213	-0.5850	0.811	
	$\delta_{\parallel}$	$\rho_{\perp}$	$\tan \delta_{\perp}$	$\sin \delta_{\perp}$	$\cos \delta_{\perp}$		$\delta_{\perp}$
	$-35^\circ, 80$	0.810	-0.0935	0.093	-0.9956	$-5^\circ, 3418$	$-180^\circ = -185^\circ, 34$
$\theta_0$	p	q	$\rho_{\parallel}$	$\tan \delta_{\parallel}$	$\sin \delta_{\parallel}$	$\cos \delta_{\parallel}$	
$72^\circ, 5$	0.28021	0.63399	0.19999	-2.4698	-0.926	0.37529	
	$\delta_{\parallel}$	$\rho_{\perp}$	$\tan \delta_{\perp}$	$\sin \delta_{\perp}$	$\cos \delta_{\perp}$		$\delta_{\perp}$
	$-67^\circ, 957$	0.860	-0.0666	0.066	-0.9977	$-3^\circ, 810$	$-180^\circ = -183^\circ, 81$
$\theta_0$	p	q	$\rho_{\parallel}$	$\tan \delta_{\parallel}$	$\sin \delta_{\parallel}$	$\cos \delta_{\parallel}$	
$75^\circ$	0.28045	0.6334	0.186069	88.4786	-0.99936	-0.01130	
	$\delta_{\parallel}$	$\rho_{\perp}$	$\tan \delta_{\perp}$	$\sin \delta_{\perp}$	$\cos \delta_{\perp}$		$\delta_{\perp}$



$-90^0,64$	0.879	-0.05734	0.057	-0.99835	$-3^0,2820 - 180^0 = -183^0,28$	
$\theta_0$	$p$	$q$	$\rho_{\parallel}$	$\tan \delta_{\parallel}$	$\sin \delta_{\parallel}$	$\cos \delta_{\parallel}$
$77^0,5$	0.28066	0.63297	0.2068	1.9583	-0.8906	-0.45477
	$\delta_{\parallel}$	$\rho_{\perp}$	$\tan \delta_{\perp}$	$\sin \delta_{\perp}$	$\cos \delta_{\perp}$	$\delta_{\perp}$
	$-117^0,05$	0.8977	-0.04796	0.0479	-0.9988	$-2^0,746 - 180^0 = -182^0,746$
$\theta_0$	$p$	$q$	$\rho_{\parallel}$	$\tan \delta_{\parallel}$	$\sin \delta_{\parallel}$	$\cos \delta_{\parallel}$
$85^0$	0.28107	0.6320	0.52829	0.27117	-0.2617	-0.965
	$\delta_{\parallel}$	$\rho_{\perp}$	$\tan \delta_{\perp}$	$\sin \delta_{\perp}$	$\cos \delta_{\perp}$	$\delta_{\perp}$
	$-164^0,83$	0.9575	-0.0193	0.01932	-0.999813	$-1^0,107 - 180^0 = -181^0,107$

$\delta_{\perp}$ : Secondo la nostra definizione

$$\boxed{R_h = \rho_{\perp} e^{-i\delta_{\perp}}}$$

Dalle formule studiate in Campi elettromagnetici risulta:

Per  $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$  (incidenza radente) si ha:

$$R_h = -1, \text{ quindi } \rho_{\perp} = 1 \text{ e } \delta_{\perp} = \pi \text{ oppure } \delta_{\perp} = -\pi$$

Osserviamo, per inciso, che  $R_{\perp} = -1$  anche quando  $\sigma = \infty$ , al contrario di  $R_v$ .

#### Analisi del segno di $\delta_{\perp}$

Dalla tabella di pagina 1-37 si deduce che  $\tan \delta_{\perp}$  è sempre negativa. Dall'analisi del segno del  $\sin \delta_{\perp}$  e  $\cos \delta_{\perp}$  si evince che  $\delta_{\perp}$  giace nel 2° quadrante.

Quindi la sua variabilità è:

$$\frac{\pi}{2} \leq \delta_{\perp} \leq \pi \quad \text{oppure} \quad -\frac{3}{2}\pi \leq \delta_{\perp} \leq -\pi$$

**N.B.** Certi testi utilizzano la notazione  $e^{i\delta_{\perp}}$  o  $e^{i\delta_{\parallel}}$ ; in questo caso l'angolo di fase cambia segno.

Parametri:  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ ,  $\epsilon_{r2} = 10$ ,  $\sigma = 0.005 \text{ S/m}$ ,  $\nu = 9\text{MHz}$ ,  $\implies s \simeq 10$ ,  $\frac{\sigma}{\omega\epsilon_2} = 1$

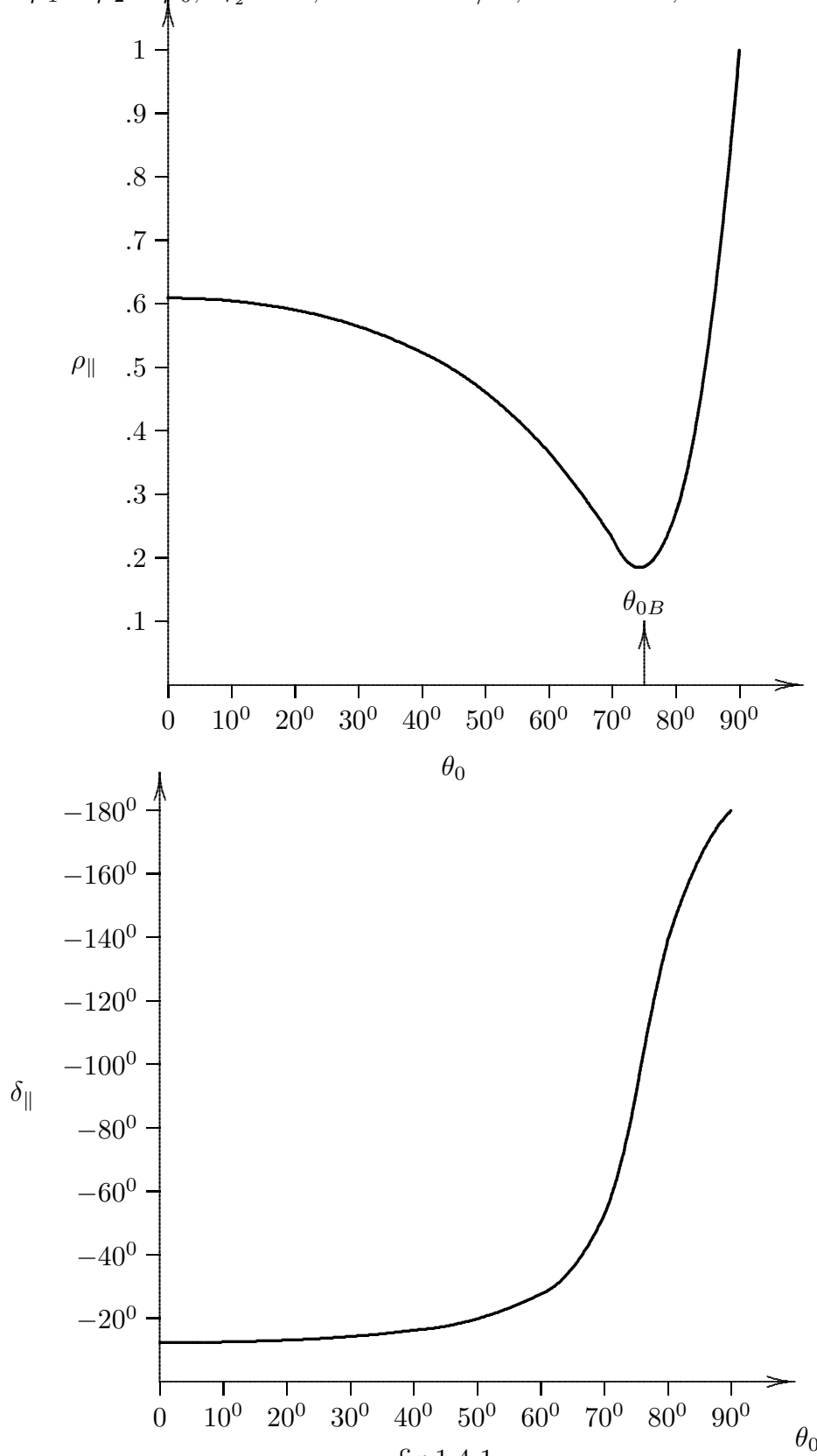


fig.1.4-1

Parametri:  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ ,  $\epsilon_{r2} = 10$ ,  $\sigma = 0.005 \text{ S/m}$ ,  $\nu = 9\text{MHz}$ ,  $\implies s \simeq 10$ ,  $\frac{\sigma}{\omega\epsilon_2} = 1$

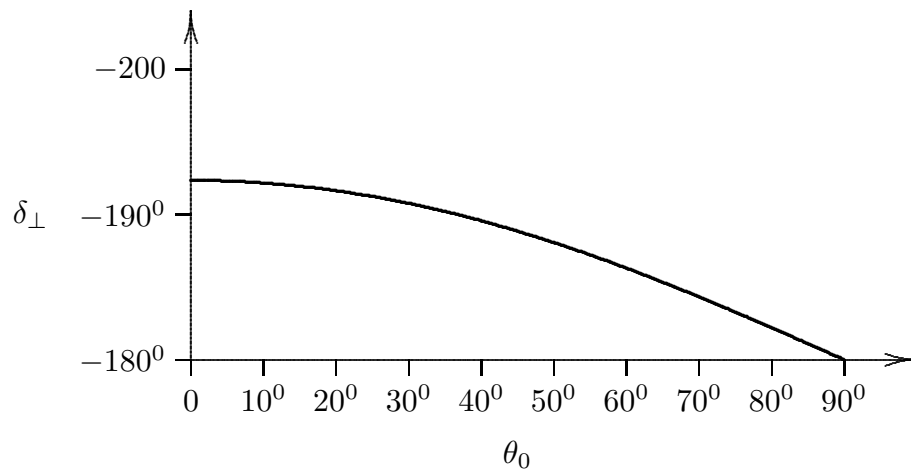
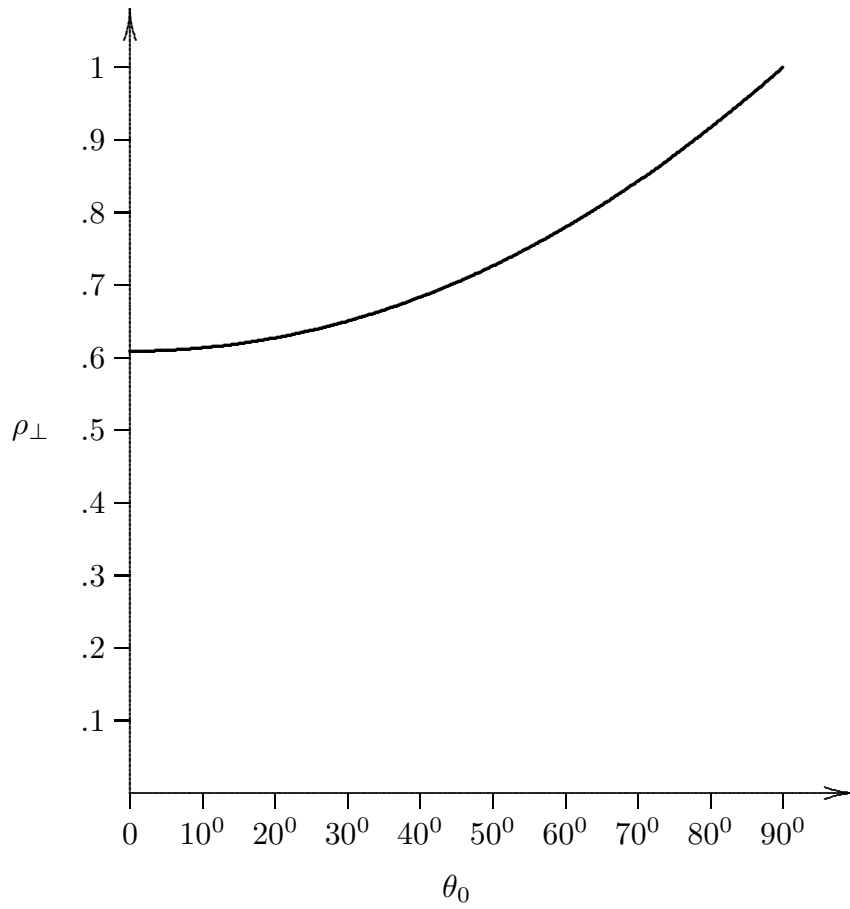


fig.1.4-2

### 1.5 - Diagramma di radiazione di un dipolo verticale posto ad una altezza $h$ da un piano non perfettamente conduttore (far-field zone)

Riscriviamo la formula (1.4.8) che ci fornisce l'espressione del campo elettrico totale nel punto  $P$  sopra la superficie terrestre (far field).

$$E_\theta = -i\omega\mu Il \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \sin\theta [e^{-ikh\cos\theta} + R_v e^{ikh\cos\theta}] \quad (1.5.1)$$

Il campo magnetico, anche in questo caso, sia per l'onda riflessa che per l'onda diretta, vale:

$$H_\phi = \frac{1}{Z} E_\theta$$

essendo  $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$  l'impedenza del mezzo dove è situato il dipolo reale (nel nostro caso aria).

Quindi, la parte reale del vettore di Poynting cioè la densità superficiale di potenza mediata in un periodo è:

$$\begin{aligned} (1.5.2) \quad \vec{S} &= \frac{1}{2} (\vec{E} \times \vec{H}^*) = \frac{1}{2Z} |E|^2 \hat{e}_r = \\ &= \hat{e}_r \frac{1}{2Z} \omega^2 \mu^2 I^2 l^2 \frac{1}{(4\pi r)^2} \sin^2\theta [e^{-ikh\cos\theta} + \rho_{\parallel} e^{i(kh\cos\theta - \delta_{\parallel})}] [e^{ikh\cos\theta} + \rho_{\parallel} e^{-i(kh\cos\theta - \delta_{\parallel})}] \\ S_r &= \frac{Z}{2} \left[ \frac{kIl}{4\pi r} \right]^2 \sin^2\theta \left\{ 1 + \rho_{\parallel} e^{-i(2kh\cos\theta - \delta_{\parallel})} + \rho_{\parallel} e^{i(2kh\cos\theta - \delta_{\parallel})} + \rho_{\parallel}^2 \right\} = \\ &= \frac{Z}{2} \left[ \frac{kIl}{4\pi r} \right]^2 \sin^2\theta \left\{ 1 + 2\rho_{\parallel} \cos(2kh\cos\theta - \delta_{\parallel}) + \rho_{\parallel}^2 \right\} \end{aligned} \quad (1.5.3)$$

Osserviamo che, nel caso di superficie perfettamente conduttrice [ $\rho_{\parallel} = 1$ ,  $\delta_{\parallel} = 0$ ] (vedi pagine 1.39 e 1.40), la (1.5.3) coincide con la (1.2.11).

Per potere eseguire il confronto fra i diagrammi di radiazione dovuti a superficie assorbente (1.5.3) e quelli competenti a superfici perfettamente conduttrici (1.2.11), moltiplichiamo e dividiamo la (1.5.3) per 4, ottenendo:

$$S_r = 2Z \left[ \frac{kIl}{4\pi r} \right]^2 \frac{\sin^2\theta}{4} \left\{ 1 + 2\rho_{\parallel} \cos(2kh\cos\theta - \delta_{\parallel}) + \rho_{\parallel}^2 \right\} \quad (1.5.4)$$

In questo modo la quantità  $F(\theta) = \frac{\sin^2\theta}{4} \left\{ 1 + 2\rho_{\parallel} \cos(2kh\cos\theta - \delta_{\parallel}) + \rho_{\parallel}^2 \right\}$  ci fornisce il fattore di forma del diagramma di radiazione, il suo valore massimo è 1 come nel caso della (1.2.11).

È importante osservare che l'angolo  $\theta_0$  che figura nel calcolo di  $\rho_{\parallel}$  e  $\delta_{\parallel}$ , nel caso di far field, è lo stesso dell'angolo  $\theta$ .

Riportiamo, al solito, alcuni diagrammi di radiazione (in dB).

Grafico I - Parametri				
$h = \frac{\lambda}{4}; kh = \frac{\pi}{2}; f = 1GHz; \sigma = 0.17; \epsilon_r = 7; \implies s = \frac{\sigma}{\omega\epsilon_0} \simeq 3; \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \simeq 0.43$				
$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB	$\rho_{\parallel}$	$\delta_{\parallel}$
$0^0$	0	$-\infty$	0.47929	$-9^0.657$
$5^0$	$5.398 \cdot 10^{-4}$	-32.677	0.478	$-9^0.69$
$10^0$	0.0021	-26.967	0.4741	$-9^0.789$
$15^0$	0.00478	-23.2	0.4674	$-9^0.962$
$20^0$	0.0086	-20.65	0.4577	$-10^0.22$
$25^0$	0.014	-18.54	0.4449	$-10^0.58$
$30^0$	0.0218	-16.61	0.4283	$-11^0.085$
$35^0$	0.0332	-14.78	0.407	$-11^0.77$
$40^0$	0.0496	-13.04	0.382	$-12^0.727$
$45^0$	0.07195	-11.43	0.35	$-14^0.09$
$50^0$	0.1	-10	0.31	$-16^0.15$
$55^0$	0.1316	-8.81	0.26	$-19^0.52$
$60^0$	0.1619	-7.91	0.205	$-25^0.82$
$65^0$	0.1835	-7.36	0.137	$-41^0.01$
$70^0$	0.1874	-7.27	0.09	$-90^0.32$
$75^0$	0.1654	-7.81	0.164	$-147^0.64$
$80^0$	0.1145	-9.41	0.336	$-166^0.34$
$85^0$	.0448	-13.48	0.597	$-174^0.5$
$90^0$	0	$-\infty$	1	$-180^0$

Grafico II - Parametri				
$h = \frac{\lambda}{4}; kh = \frac{\pi}{2}; f = 1GHz; \sigma = 10^{-2}; \epsilon_r = 5; \implies s = \frac{\sigma}{\omega\epsilon_0} = 0.18; \frac{\sigma}{\omega\epsilon} = 0.036$				
$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB	$\rho_{\parallel}$	$\delta_{\parallel}$
$0^0$	0	$-\infty$	0.3822	$-1^0.15$
$5^0$	$7.28 \cdot 10^{-4}$	-31.38	0.3809	$-1^0.1537$
$10^0$	0.0029	-25.33	0.3769	$-1^0.1646$
$15^0$	0.0067	-21.75	0.3702	$-1^0.18$
$20^0$	0.0122	-19.11	0.3605	$-1^0.21$
$25^0$	0.02	-16.96	0.3474	$-1^0.2547$
$30^0$	0.031	-15.05	0.3306	$-1^0.314$
$35^0$	0.046	-13.32	0.3094	$-1^0.398$
$40^0$	0.0672	-11.73	0.2829	$-1^0.523$
$45^0$	0.093	-10.29	0.250	$-1^0.7145$
$50^0$	0.125	-9.047	0.2097	$-2^0.35$
$55^0$	0.1574	-8.031	0.1593	$-2^0.66$
$60^0$	0.1865	-7.293	0.0965	$-4^0.357$
$65^0$	0.204	-6.9	0.018	$-23^0.41$
$70^0$	0.202	-6.95	0.0855	$-175^0.29$
$75^0$	0.172	-7.64	0.218	$-178^0.268$
$80^0$	0.115	-9.4	0.396	$-179^0.168$
$85^0$	0.043	-13.66	0.642	$-179^0.64$
$90^0$	0	$-\infty$	1	$-180^0$

Grafico III - (Superficie marina) Parametri

$$h = \frac{\lambda}{4}; kh = \frac{\pi}{2}; f = 1GHz; \sigma = 4; \epsilon_r = 72; \implies s = \frac{\sigma}{\omega\epsilon_0} = 72; \frac{\sigma}{\omega\epsilon} = 1$$

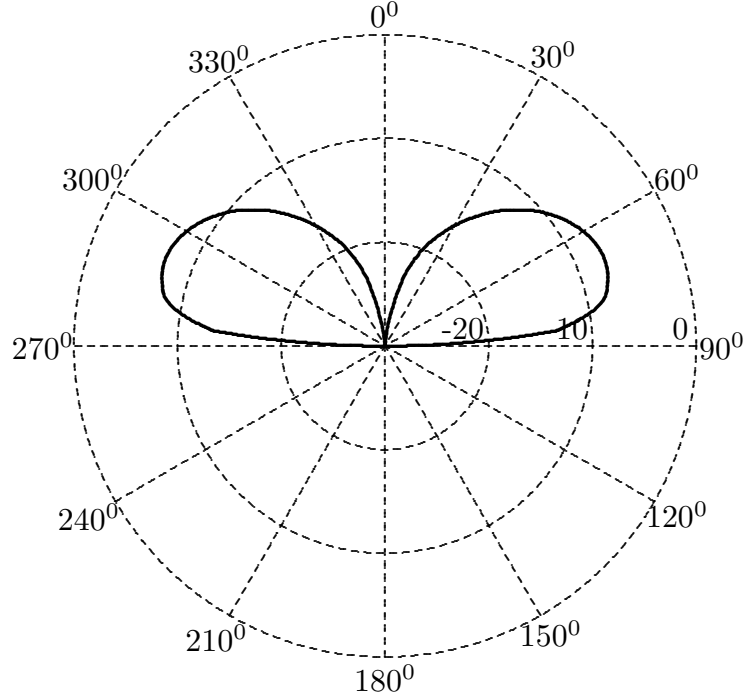
$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB	$\rho_{\parallel}$	$\delta_{\parallel}$
$0^0$	0	$-\infty$	0.8324	$-4^0.37$
$5^0$	$6.03 \cdot 10^{-5}$	-42.19	0.8318	$-4^0.39$
$10^0$	$2.23 \cdot 10^{-4}$	-36.51	0.8300	$-4^0.44$
$15^0$	$5.12 \cdot 10^{-4}$	-32.91	0.8270	$-4^0.53$
$20^0$	0.0012	-29.2	0.082	$-4^0.66$
$25^0$	0.0031	-25.08	0.8167	$-4^0.83$
$30^0$	0.0078	-21.06	0.809	$-5^0.05$
$35^0$	0.0179	-17.48	0.799	$-5^0.34$
$40^0$	0.036	-14.39	0.787	$-5^0.72$
$45^0$	0.066	-11.76	0.7714	$-6^0.2$
$50^0$	0.11	-9.55	0.7515	$-6^0.84$
$55^0$	0.17	-7.72	0.7259	$-7^0.69$
$60^0$	0.237	-6.24	0.69	$-8^0.89$
$65^0$	0.306	-5.13	0.646	$-10^0.64$
$70^0$	0.36	-4.41	0.58	$-13^0.46$
$75^0$	0.3834	-4.16	0.4869	$-18^0.73$
$80^0$	0.3423	-4.65	0.3375	$-32^0.54$
$85^0$	0.201	-6.96	0.2066	$-108^0.33$
$88^0$	0.063	-11.98	0.5146	$-162^0.98$
$90^0$	0	$-\infty$	1	$-180^0$

Come si vede dai grafici i diagrammi di radiazione sono significativamente differenti da quelli competenti a suolo perfettamente conduttore, per angoli radenti (grazing angles) e per angoli non elevati ( $20^0$ — $30^0$ ).

**Diagrammi di radiazione normalizzati**

**Dipolo verticale posto ad un'altezza  $h$  da un piano non perfettamente conduttore**  
**Scala in dB**

$$h = \lambda/4, kh = \pi/2, f = 1 \text{ GHz}, \sigma = 0.17 \text{ S/m}, \epsilon_r = 7 \implies s \simeq 3, \sigma/\omega\epsilon \simeq 3/7 = 0.43$$



$$h = \lambda/4, kh = \pi/2, f = 1 \text{ GHz}, \sigma = 10^{-2} \text{ S/m}, \epsilon_r = 5 \implies s = 0.18, \sigma/\omega\epsilon = 0.036$$

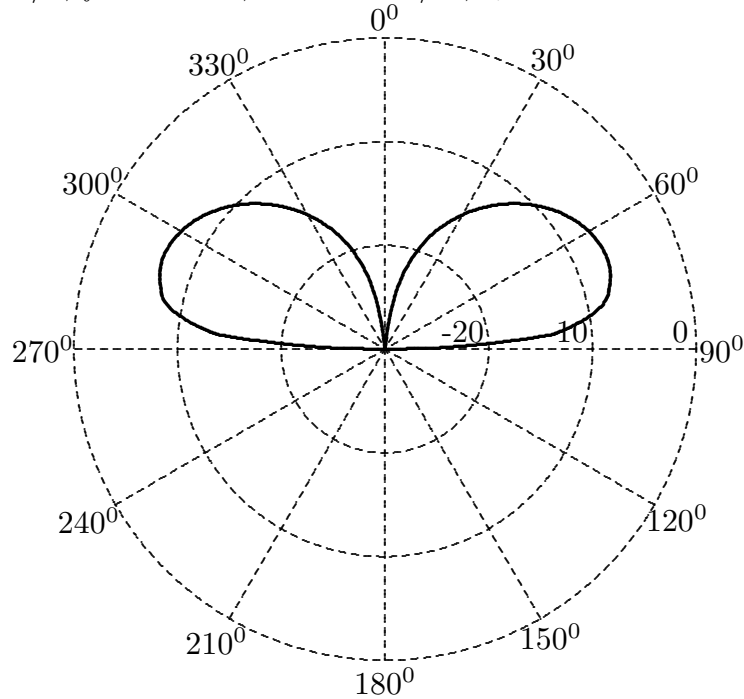


fig.1.5-1

$h = \lambda/4, kh = \pi/2, f = 1\text{GHz}, \sigma = 4\text{S/m}, \epsilon_r = 72 \implies s \simeq 72, \sigma/\omega\epsilon \simeq 1$

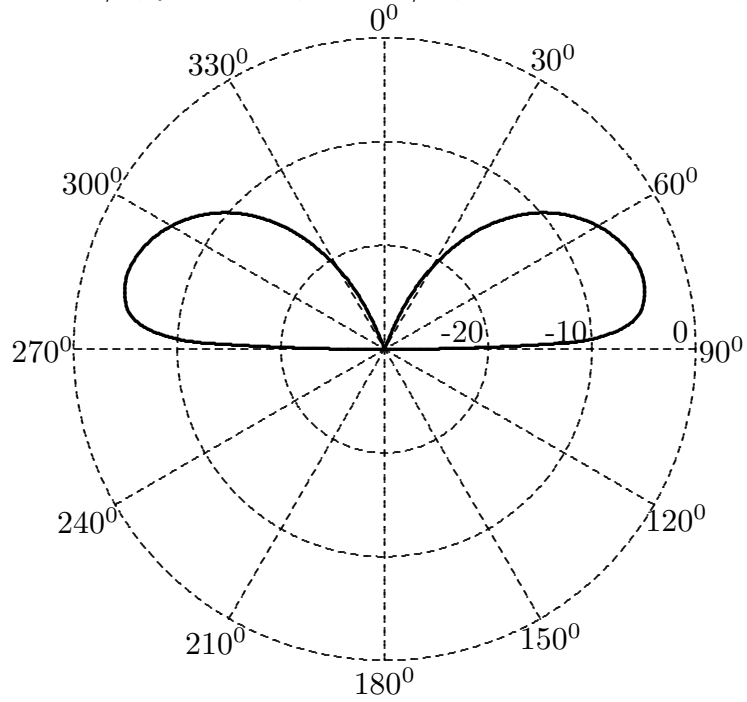


fig.1.5-2



### 1.6 - Dipolo elettrico orizzontale sopra un suolo non perfettamente conduttore

La formulazione analitica di un dipolo orizzontale ad una altezza  $h$  dal suolo può essere ottenuta in modo simile a quella relativa al dipolo elettrico verticale.

Riferendoci alla figura 1.3-1 il campo nel punto  $P$  è dato dalla sovrapposizione del campo emesso dalla sorgente reale e da quello emesso dalla sorgente virtuale moltiplicato per il coefficiente di Fresnel  $R_h$ .

Per  $\phi = 90^0, 270^0$  il coefficiente di Fresnel  $R_h$  è quello competente ad onde il cui campo elettrico giace ancora nel piano di incidenza.

Pertanto, poichè il dipolo immagine ha già verso opposto al dipolo reale si ha  $R_h = R_v$ .

Il campo elettrico totale, pertanto, è (vedi formula (1.3.6) di pag.1-20):

$$E_\psi = -i\omega\mu Il \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi} [e^{-ikh \cos \theta} - R_v e^{ikh \cos \theta}] \quad (1.6.1)$$

Osserviamo che il termine fra parentesi della (1.6.1) è uguale a quello della (1.5.1) tranne il segno meno davanti al coefficiente di Fresnel.

Analogamente al caso del dipolo verticale si ha (vedi formula (1.5.2)):

$$\begin{aligned} \vec{S} &= \frac{1}{2} (\vec{E} \times \vec{H}^*) = \frac{1}{2Z} |E|^2 \hat{e}_r = \\ &= \frac{Z}{2} \left[ \frac{kIl}{4\pi r} \right]^2 (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi) \left\{ 1 - 2\rho_{\parallel} \cos(2kh \cos \theta - \delta_{\parallel}) + \rho_{\parallel}^2 \right\} \hat{e}_r \end{aligned} \quad (1.6.2)$$

Osserviamo che, per una superficie perfettamente conduttrice ( $\rho_{\parallel} = 1, \delta_{\parallel} = 0$ ), la (1.6.2) coincide con la (1.3.7).

Al solito, per potere eseguire il confronto fra i diagrammi di radiazione dovuti a superficie assorbente (1.6.2) e quelli competenti a superficie perfettamente conduttrice (1.3.7) moltiplichiamo e dividiamo la (1.6.2) per 4, ottenendo:

$$S_r = 2Z \left[ \frac{kIl}{4\pi r} \right]^2 \frac{(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi)}{4} \left\{ 1 - 2\rho_{\parallel} \cos(2kh \cos \theta - \delta_{\parallel}) + \rho_{\parallel}^2 \right\} \quad (1.6.3)$$

Grafichiamo, al solito, i diagrammi di radiazione dati dalla (1.6.3) in funzione della altezza  $h$  sopra il piano conduttore. Poichè i diagrammi dipendono dall'angolo azimutale  $\phi$ , grafichiamoli per  $\phi = 90^0$  cioè nel piano  $yz$ .

La funzione da graficare è il fattore di forma per  $\phi = 90^0$ , cioè

$$F(\theta) = \frac{\cos^2 \theta}{4} \left\{ 1 - 2\rho_{\parallel} \cos(2kh \cos \theta - \delta_{\parallel}) + \rho_{\parallel}^2 \right\} \quad (1.6.4)$$

La (1.6.4) è sempre nulla per  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

Al solito riportiamo la quantità  $10 \log_{10} F(\theta)$  cioè esprimiamo il diagramma di radiazione in dB.

Grafico I – Parametri

$$h = \frac{\lambda}{4}; kh = \frac{\pi}{2}; f = 9MHz; \sigma = 0.005; \epsilon_r = 10; \implies s = \frac{\sigma}{\omega\epsilon_0} = 10; \frac{\sigma}{\omega\epsilon} = 1$$

$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB
$0^0$	0.64006438009	-1.937763
$10^0$	0.6197381239	-2.077917
$20^0$	0.5578196636	-2.535061
$30^0$	0.455492584	-3.415186
$40^0$	0.3248436189	-4.883256
$50^0$	0.1930659076	-7.142944
$60^0$	0.09203588123	-10.360428
$70^0$	0.03631213672	-14.399481
$80^0$	0.01212866912	-19.161868
$90^0$	0	$-\infty$

Grafico II – Parametri

$$h = \frac{\lambda}{4}; kh = \frac{\pi}{2}; f = 1GHz; \sigma = 4; \epsilon_r = 72; \implies s = \frac{\sigma}{\omega\epsilon_0} = 72; \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \simeq 1$$

$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB
$0^0$	0.8382124573	-0.766458
$10^0$	0.8118013008	-0.905502
$20^0$	0.7291163088	-1.372031
$30^0$	0.5969489116	-2.240628
$40^0$	0.4234525908	-3.731952
$50^0$	0.245141138	-6.105838
$60^0$	0.1055851484	-9.763971
$70^0$	0.0303157722589	-15.183313
$80^0$	0.005125406132	-22.902717
$90^0$	0	$-\infty$

É da notare che pur essendo  $\frac{\sigma}{\omega\epsilon} = 1$  in entrambi i grafici I e II i diagrammi di radiazione sono alquanto diversi in quanto sono diversi i parametri  $s$ .

Grafico III – Parametri

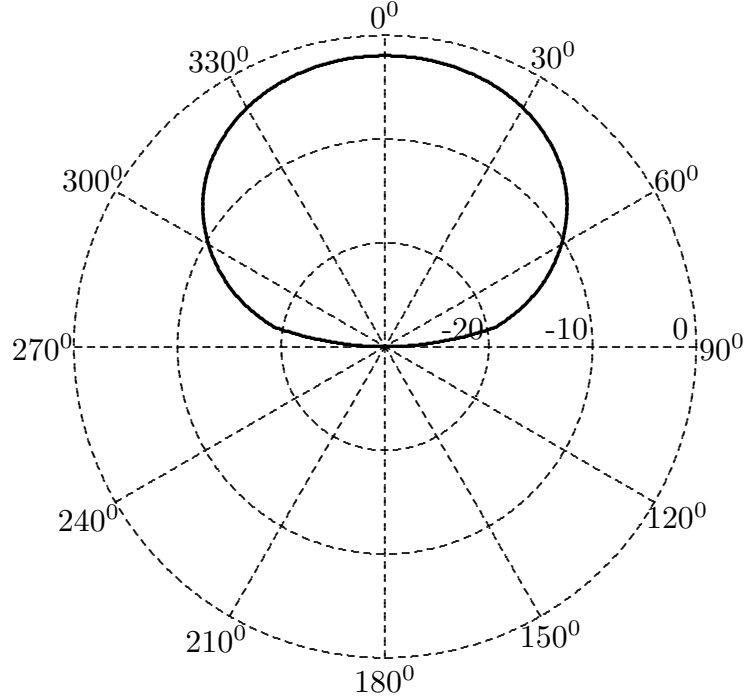
$$h = \frac{\lambda}{4}; kh = \frac{\pi}{2}; f = 1GHz; \sigma = 10^{-2}; \epsilon_r = 5; \implies s = \frac{\sigma}{\omega\epsilon_0} = 0.18; \frac{\sigma}{\omega\epsilon} = 0.036$$

$\theta$	$F(\theta)$	$F(\theta)$ in dB
$0^0$	0.4775807184	-3.209532
$10^0$	0.4596030454	-3.376171
$20^0$	0.4063597721	-3.910892
$30^0$	0.3222798549	-4.917668
$40^0$	0.2214819053	-6.546617
$50^0$	0.1279984998	-8.927951
$60^0$	0.06399841252	-11.938307
$70^0$	0.03219256534	-14.922444
$80^0$	0.01386884416	-18.579597
$90^0$	0	$-\infty$

Dal confronto fra i diagrammi di radiazione si evidenzia in modo netto la differenza fra un terreno assorbente (grafico III) e suolo “conduttore” riflettente (grafico II).

**Diagrammi di radiazione normalizzati**  
**Dipolo orizzontale posto ad un'altezza  $h$  da un piano non perfettamente conduttore**  
**Scala in dB**

$h = \lambda/4, kh = \pi/2, f = 9 \text{ MHz}, \sigma = 0.005 \text{ S/m}, \epsilon_r = 10 \implies s \simeq 10, \sigma/\omega\epsilon \simeq 1$



$h = \lambda/4, kh = \pi/2, f = 1 \text{ GHz}, \sigma = 4 \text{ S/m}, \epsilon_r = 72 \implies s \simeq 72, \sigma/\omega\epsilon \simeq 1$

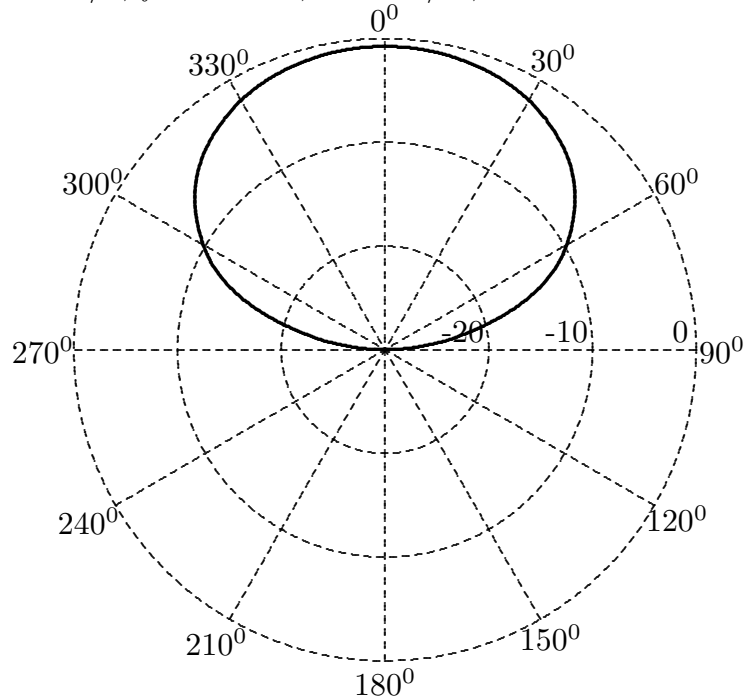


fig.1.6-1

$$h = \lambda/4, kh = \pi/2, f = 1\text{GHz}, \sigma = 10^{-2}\text{S/m}, \epsilon_r = 5 \implies s \simeq 0.18, \sigma/\omega\epsilon \simeq 0.036$$

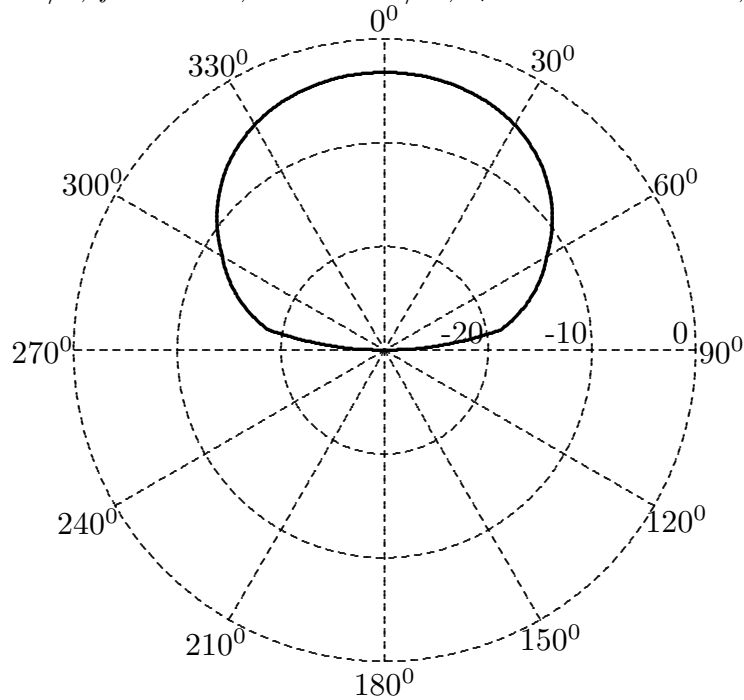


fig.1.6-2

È importante osservare, a questo punto, che nell'ipotesi in cui il dipolo orizzontale sia orientato in modo che la corrente risulti ortogonale al piano del foglio (vedi fig.1.2-1), il campo elettrico risulta ortogonale al piano di incidenza; ne segue quindi che in questo caso bisogna considerare il coefficiente di riflessione competente a polarizzazione ortogonale, cioè:  $R_h = R_{\perp}$ .

Lo stesso accade quando si vuole graficare la (1.6.4) al variare di  $\phi$  in quanto lo stato di polarizzazione varia da parallelo a ortogonale al piano di incidenza.