

Formulario

F1 - Valori di alcune costanti e grandezze

<i>simbolo</i>	<i>nome</i>	<i>valore</i>
e	numero di Nepero	2.71828
π	pi greco	3.14159
G	costante di gravitazione universale	$6.6730 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$
p_0	pressione atmosferica normale	$1.01325 \cdot 10^5 Pa (=1 atm)$
V_m	volume molare	
	(gas perfetto a $T = 273.15 K$ e $p = p_0$)	$2.24138 \cdot 10^{-2} m^3$
	(sostanza gassosa a $T = 298 K$ e $p = p_0$)	$2.45 \cdot 10^{-2} m^3$
N_A	numero di Avogadro	$6.02210 \cdot 10^{23} mol^{-1}$
R	costante universale dei gas	$8.3143 Jmol^{-1}K^{-1}$
k	costante di Boltzmann	$1.38066 \cdot 10^{-23} J \cdot K^{-1}$
h	costante di Planck	$6.62618 \cdot 10^{-34} J \cdot s$
c	velocità della luce nel vuoto	$2.99792458 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1}$
ϵ_0	costante dielettrica del vuoto	$8.85419 \cdot 10^{-12} F \cdot m^{-1}$
μ_0	permeabilità magnetica del vuoto	$4\pi \cdot 10^{-7} H \cdot m^{-1}$
e	carica dell'elettrone	$1.6021892 \cdot 10^{-19} C$
a_0	raggio di Bohr (dell'atomo di idrogeno)	$5.29177 \cdot 10^{-11} m$
μ_B	magnetone di Bohr	$9.2741 \cdot 10^{-24} A \cdot m^2$
m_p	massa di riposo del protone	$1.67265 \cdot 10^{-27} Kg$
m_n	massa di riposo del neutrone	$1.67492 \cdot 10^{-27} Kg$
m_e	massa di riposo dell'elettrone	$9.10953 \cdot 10^{-31} Kg$

F2 - Analisi vettoriale

Relazioni di moltiplicazione

$$\begin{aligned} \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) &= \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) \\ \vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) &= \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B}) \\ \vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) - \vec{C} \times (\vec{B} \times \vec{A}) &= \vec{B} \times (\vec{A} \times \vec{C}) \\ (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) &= \vec{A} \cdot \vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D}) = \vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{D} \vec{C} - \vec{B} \cdot \vec{C} \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C}) \\ (\vec{A} \times \vec{B}) \times (\vec{C} \times \vec{D}) &= (\vec{A} \times \vec{B} \cdot \vec{D}) \vec{C} - (\vec{A} \times \vec{B} \cdot \vec{C}) \vec{D} \end{aligned}$$

Relazioni differenziali

Nelle formule seguenti \vec{A} e \vec{B} sono funzioni vettoriali; Φ e Ψ sono funzioni scalari; sia per le une che per le altre devono essere soddisfatte opportune condizioni di continuità e di derivabilità.

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}(\Phi + \Psi) &= \vec{\nabla}\Phi + \vec{\nabla}\Psi \\ \vec{\nabla} \cdot (\vec{A} + \vec{B}) &= \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \vec{\nabla} \cdot \vec{B} \end{aligned}$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{A} + \vec{B}) = \vec{\nabla} \times \vec{A} + \vec{\nabla} \times \vec{B}$$

$$\vec{\nabla}(\Phi\Psi) = \Phi\vec{\nabla}\Psi + \Psi\vec{\nabla}\Phi$$

$$\vec{\nabla}(\vec{A} \cdot \vec{B}) = \vec{A} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} + \vec{B} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{A} + (\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{B}$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\Phi\vec{A}) = \Phi\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \vec{\nabla}\Phi \cdot \vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{A} - \vec{A} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B}$$

$$\vec{\nabla} \times (\Phi\vec{A}) = \vec{\nabla}\Phi \times \vec{A} + \Phi\vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{A}\vec{\nabla} \cdot \vec{B} - \vec{B}\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{A} - (\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{B}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}\Phi = \nabla^2\Phi$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}\Phi = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{A} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{\nabla}\vec{\nabla} \cdot \vec{A} - \nabla^2\vec{A}$$

$$\vec{\nabla}f(\Phi) = f'(\Phi)\vec{\nabla}\Phi$$

$$\nabla^2(\Phi\Psi) = \Phi\nabla^2\Psi + 2\vec{\nabla}\Phi \cdot \vec{\nabla}\Psi + \Psi\nabla^2\Phi$$

$$\nabla^2(\Phi\vec{A}) = \Phi\nabla^2\vec{A} + \vec{A}\nabla^2\Phi + 2(\vec{\nabla}\Phi \cdot \vec{\nabla})\vec{A}$$

$$\vec{\nabla}\vec{\nabla} \cdot (\Phi\vec{A}) = (\vec{\nabla}\Phi)\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \Phi\vec{\nabla}\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \vec{\nabla}\Phi \times \vec{\nabla} \times \vec{A} + (\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{\nabla}\Phi + (\vec{\nabla}\Phi \cdot \vec{\nabla})\vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times (\Phi\vec{A}) = \vec{\nabla}\Phi \times \vec{\nabla} \times \vec{A} - \vec{A}\nabla^2\Phi + (\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{\nabla}\Phi + \Phi\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} + \vec{\nabla}\Phi\vec{\nabla} \cdot \vec{A} - (\vec{\nabla}\Phi \cdot \vec{\nabla})\vec{A}$$

Relazioni integrali

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{A} dV = \oint_S \vec{A} \cdot \hat{n} da \quad (\text{Teorema della divergenza o di Gauss})$$

$$\int_S \vec{\nabla} \times \vec{A} \cdot \hat{n} da = \oint_\gamma \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (\text{Teorema di Stokes})$$

$$\int_V \vec{\nabla}\Phi dV = \oint_S \Phi \hat{n} da$$

$$\int_V \vec{\nabla} \times \vec{A} dV = \oint_S \hat{n} \times \vec{A} da$$

$$\int_S \hat{n} \times \vec{\nabla}\Phi da = \oint_\gamma \Phi d\vec{l}$$

F3 - Coordinate cartesiane

Un punto P é individuato, in un sistema di riferimento ortogonale, dalla terna: $P \equiv (x, y, z)$.

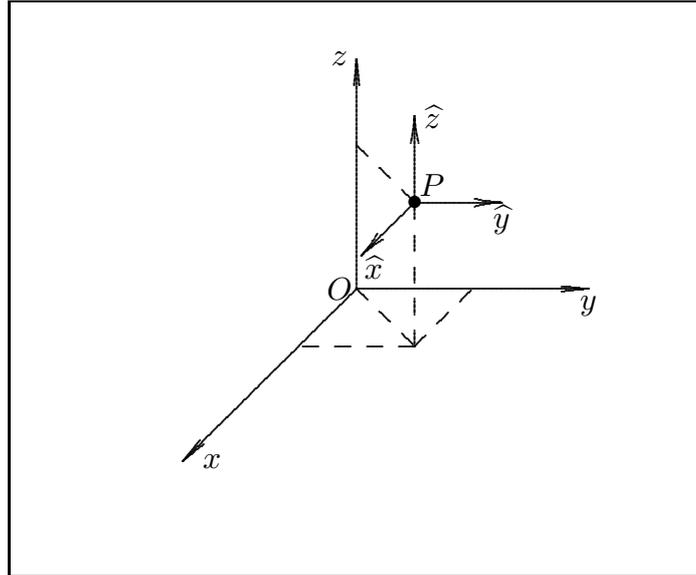


fig.F3-1

Le relazioni di moltiplicazione fra i vettori assumono la forma seguente:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad (F3.1)$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \hat{x} + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{y} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{z} \quad (F3.2)$$

Gli operatori differenziali si scrivono:

$$\vec{\nabla} \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \hat{z} \quad (F3.3)$$

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \quad (F3.4)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (F3.5)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \hat{x} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \hat{z} \quad (F3.6)$$

$$\nabla^2 \vec{A} = (\nabla^2 A_x) \hat{x} + (\nabla^2 A_y) \hat{y} + (\nabla^2 A_z) \hat{z} \quad (F3.7)$$

F4 - Coordinate cilindriche

Un punto P é individuato, in un sistema di riferimento ortogonale, dalla terna: $P \equiv (\rho, \phi, z)$.

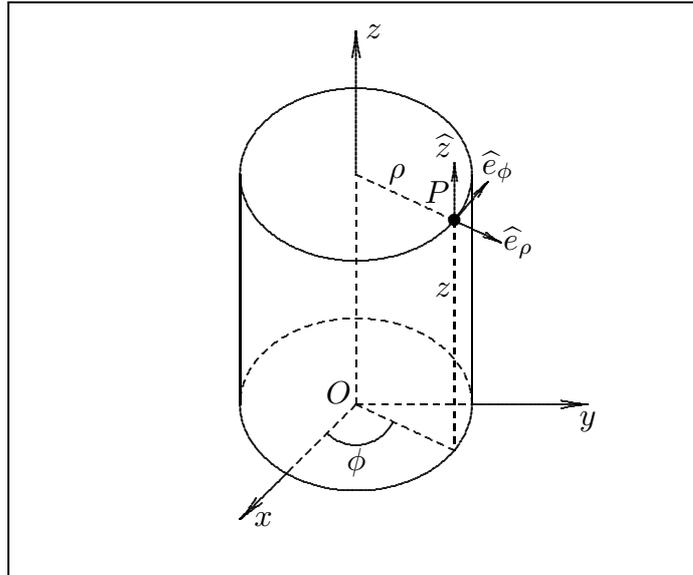


fig.F4-1

Tali coordinate sono legate alle coordinate cartesiane ortogonali dalle relazioni:

$$x = \rho \cos \phi; \quad y = \rho \sin \phi; \quad z = z \quad (F4.1)$$

Le formule di trasformazione dei versori sono:

$$\hat{e}_\rho = \hat{x} \cos \phi + \hat{y} \sin \phi; \quad \hat{e}_\phi = -\hat{x} \sin \phi + \hat{y} \cos \phi; \quad \hat{z} = \hat{z} \quad (F4.2)$$

$$\hat{x} = \hat{e}_\rho \cos \phi - \hat{e}_\phi \sin \phi; \quad \hat{y} = \hat{e}_\rho \sin \phi + \hat{e}_\phi \cos \phi; \quad \hat{z} = \hat{z} \quad (F4.3)$$

Le relazioni di moltiplicazione fra i vettori assumono la forma seguente:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_\rho B_\rho + A_\phi B_\phi + A_z B_z \quad (F4.4)$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_\phi B_z - A_z B_\phi) \hat{e}_\rho + (A_z B_\rho - A_\rho B_z) \hat{e}_\phi + (A_\rho B_\phi - A_\phi B_\rho) \hat{z} \quad (F4.5)$$

Gli operatori differenziali si scrivono:

$$\vec{\nabla} \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \hat{e}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \hat{e}_\phi + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \hat{z} \quad (F4.6)$$

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \quad (F4.7)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (F4.8)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \hat{e}_\rho + \left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) \hat{e}_\phi + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\phi) - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi} \right) \hat{z} \quad (F4.9)$$

$$\nabla^2 \vec{A} = \left(\nabla^2 A_\rho - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \right) \hat{e}_\rho + \left(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi} \right) \hat{e}_\phi + (\nabla^2 A_z) \hat{z} \quad (F4.10)$$

F5 - Coordinate sferiche

Un punto P é individuato, in un sistema di riferimento ortogonale, dalla terna: $P \equiv (r, \theta, \phi)$.

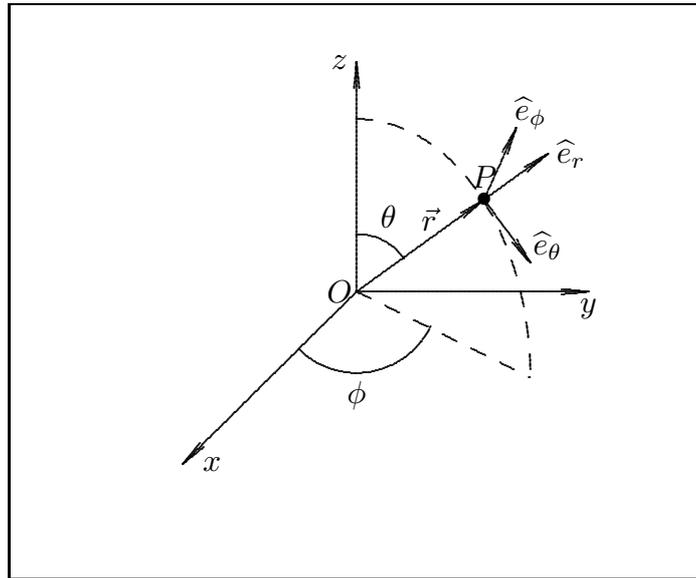


fig.F5-1

Tali coordinate sono legate alle coordinate cartesiane ortogonali dalle relazioni:

$$x = r \sin \theta \cos \phi; \quad y = r \sin \theta \sin \phi; \quad z = r \cos \theta \quad (F5.1)$$

Le formule di trasformazione dei versori sono:

$$\begin{aligned} \hat{e}_r &= \hat{x} \sin \theta \cos \phi + \hat{y} \sin \theta \sin \phi + \hat{z} \cos \theta \\ \hat{e}_\theta &= \hat{x} \cos \theta \cos \phi + \hat{y} \cos \theta \sin \phi - \hat{z} \sin \theta \\ \hat{e}_\phi &= -\hat{x} \sin \phi + \hat{y} \cos \phi \end{aligned} \quad (F5.2)$$

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \hat{e}_r \sin \theta \cos \phi + \hat{e}_\theta \cos \theta \cos \phi - \hat{e}_\phi \sin \phi \\ \hat{y} &= \hat{e}_r \sin \theta \sin \phi + \hat{e}_\theta \cos \theta \sin \phi + \hat{e}_\phi \cos \phi \\ \hat{z} &= \hat{e}_r \cos \theta - \hat{e}_\theta \sin \theta \end{aligned} \quad (F5.3)$$

Le relazioni di moltiplicazione fra i vettori assumono la forma seguente:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_r B_r + A_\theta B_\theta + A_\phi B_\phi \quad (F5.4)$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_\theta B_\phi - A_\phi B_\theta) \hat{e}_r + (A_\phi B_r - A_r B_\phi) \hat{e}_\theta + (A_r B_\theta - A_\theta B_r) \hat{e}_\phi \quad (F5.5)$$

Gli operatori differenziali si scrivono:

$$\vec{\nabla} \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \hat{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \hat{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \hat{e}_\phi \quad (F5.6)$$

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} \quad (F5.7)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \quad (F5.8)$$

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{A} = & \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\phi) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] \hat{e}_r + \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right] \hat{e}_\theta + \\ & + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \hat{e}_\phi \end{aligned} \quad (F5.9)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{A} = & \left(\nabla^2 A_r - \frac{2A_r}{r^2} - \frac{2 \cot \theta}{r^2} A_\theta - \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \right) \hat{e}_r + \\ & + \left(\nabla^2 A_\theta - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} A_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \right) \hat{e}_\theta + \\ & + \left(\nabla^2 A_\phi + \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} A_\phi + \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right) \hat{e}_\phi \end{aligned} \quad (F5.10)$$

Fine Formulario