Formulario

F1 - Valori di alcune costanti e grandezze

simbolo	*nome*	*valore*
e	numero di Nepero	2.71828
π	pi greco	3.14159
G	costante di gravitazione universale	$6.6730 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$
p_0	pressione atmosferica normale	$1.01325 \cdot 10^5\ Pa$(=1 atm)
V_m	volume molare	
	(gas perfetto a $T = 273.15\ K$ e $p = p_0$)	$2.24138 \cdot 10^{-2}\ m^3$
	(sostanza gassosa a $T = 298\ K$ e $p = p_0$)	$2.45 \cdot 10^{-2}\ m^3$
N_A	numero di Avogadro	$6.02210 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$
R	costante universale dei gas	$8.3143\ Jmol^{-1}K^{-1}$
k	costante di Boltzmann	$1.38066 \cdot 10^{-23}\ J \cdot K^{-1}$
h	costante di Planck	$6.62618 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$
c	velocitá della luce nel vuoto	$2.99792458 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1}$
ϵ_0	costante dielettrica del vuoto	$8.85419 \cdot 10^{-12}\ F \cdot m^{-1}$
μ_0	permeabilitá magnetica del vuoto	$4\pi \cdot 10^{-7}\ H \cdot m^{-1}$
e	carica dell'elettrone	$1.6021892 \cdot 10^{-19}\ C$
a_0	raggio di Bohr (dell'atomo di idrogeno)	$5.29177 \cdot 10^{-11}\ m$
μ_B	magnetone di Bohr	$9.2741 \cdot 10^{-24}\ A \cdot m^2$
m_p	massa di riposo del protone	$1.67265 \cdot 10^{-27}\ Kg$
m_n	massa di riposo del neutrone	$1.67492 \cdot 10^{-27}\ Kg$
m_e	massa di riposo dell'elettrone	$9.10953 \cdot 10^{-31}\ Kg$

F2 - Analisi vettoriale

Relazioni di moltiplicazione

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$
$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$
$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) - \vec{C} \times (\vec{B} \times \vec{A}) = \vec{B} \times (\vec{A} \times \vec{C})$$
$$(\vec{A}\times\vec{B})\cdot(\vec{C}\times\vec{D}) = \vec{A}\cdot\vec{B}\times(\vec{C}\times\vec{D}) = \vec{A}\cdot(\vec{B}\cdot\vec{D}\vec{C}-\vec{B}\cdot\vec{C}\vec{D}) = (\vec{A}\cdot\vec{C})(\vec{B}\cdot\vec{D})-(\vec{A}\cdot\vec{D})(\vec{B}\cdot\vec{C})$$
$$(\vec{A} \times \vec{B}) \times (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \times \vec{B} \cdot \vec{D})\vec{C} - (\vec{A} \times \vec{B} \cdot \vec{C})\vec{D}$$

Relazioni differenziali

Nelle formule seguenti $\vec{A}$ e $\vec{B}$ sono funzioni vettoriali; Φ e Ψ sono funzioni scalari; sia per le une che per le altre devono essere soddisfatte opportune condizioni di continuitá e di derivabilitá.

$$\vec{\nabla}(\Phi + \Psi) = \vec{\nabla}\Phi + \vec{\nabla}\Psi$$
$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{A} + \vec{B}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \vec{\nabla} \cdot \vec{B}$$

$\vec{\nabla} \times (\vec{A} + \vec{B}) = \vec{\nabla} \times \vec{A} + \vec{\nabla} \times \vec{B}$

$\vec{\nabla}(\Phi\Psi) = \Phi\vec{\nabla}\Psi + \Psi\vec{\nabla}\Phi$

$\vec{\nabla}(\vec{A} \cdot \vec{B}) = \vec{A} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} + \vec{B} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{A} + (\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{B}$

$\vec{\nabla} \cdot (\Phi\vec{A}) = \Phi\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \vec{\nabla}\Phi \cdot \vec{A}$

$\vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{A} - \vec{A} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B}$

$\vec{\nabla} \times (\Phi\vec{A}) = \vec{\nabla}\Phi \times \vec{A} + \Phi\vec{\nabla} \times \vec{A}$

$\vec{\nabla} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{A}\vec{\nabla} \cdot \vec{B} - \vec{B}\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{A} - (\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{B}$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}\Phi = \nabla^2\Phi$

$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}\Phi = 0$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{A} = 0$

$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{\nabla}\vec{\nabla} \cdot \vec{A} - \nabla^2\vec{A}$

$\vec{\nabla} f(\Phi) = f'(\Phi)\vec{\nabla}\Phi$

$\nabla^2(\Phi\Psi) = \Phi\nabla^2\Psi + 2\vec{\nabla}\Phi \cdot \vec{\nabla}\Psi + \Psi\nabla^2\Phi$

$\nabla^2(\Phi\vec{A}) = \Phi\nabla^2\vec{A} + \vec{A}\nabla^2\Phi + 2(\vec{\nabla}\Phi \cdot \vec{\nabla})\vec{A}$

$\vec{\nabla}\vec{\nabla} \cdot (\Phi\vec{A}) = (\vec{\nabla}\Phi)\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \Phi\vec{\nabla}\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \vec{\nabla}\Phi \times \vec{\nabla} \times \vec{A} + (\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{\nabla}\Phi + (\vec{\nabla}\Phi \cdot \vec{\nabla})\vec{A}$

$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times (\Phi\vec{A}) = \vec{\nabla}\Phi \times \vec{\nabla} \times \vec{A} - \vec{A}\nabla^2\Phi + (\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{\nabla}\Phi + \Phi\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} + \vec{\nabla}\Phi\vec{\nabla} \cdot \vec{A} - (\vec{\nabla}\Phi \cdot \vec{\nabla})\vec{A}$

Relazioni integrali

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{A} dV = \oint_S \vec{A} \cdot \widehat{n} da \qquad \textit{(Teorema della divergenza o di Gauss)}$$

$$\int_S \vec{\nabla} \times \vec{A} \cdot \widehat{n} da = \oint_\gamma \vec{A} \cdot d\vec{l} \qquad \textit{(Teorema di Stokes)}$$

$$\int_V \vec{\nabla}\Phi dV = \oint_S \Phi\widehat{n} da$$

$$\int_V \vec{\nabla} \times \vec{A} dV = \oint_S \widehat{n} \times \vec{A} da$$

$$\int_S \widehat{n} \times \vec{\nabla}\Phi da = \oint_\gamma \Phi d\vec{l}$$

F3 - Coordinate cartesiane

Un punto P é individuato, in un sistema di riferimento ortogonale, dalla terna: $P \equiv (x, y, z)$.

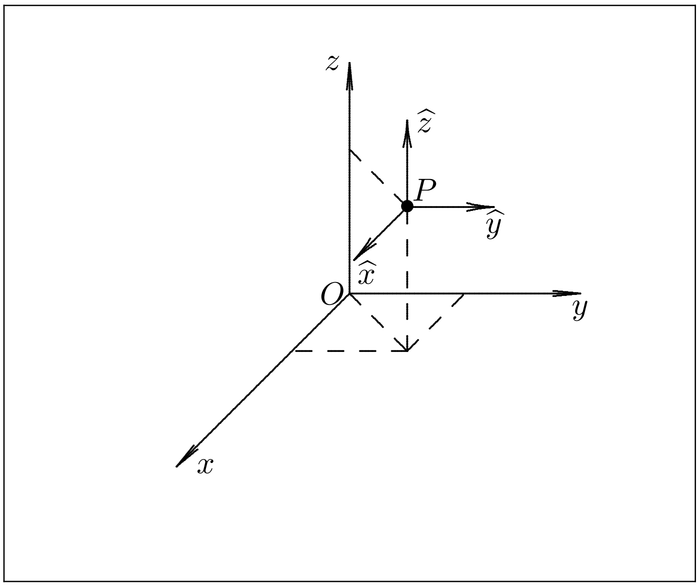

fig.F3-1

Le relazioni di moltiplicazione fra i vettori assumono la forma seguente:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \tag{F3.1}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\widehat{x} + (A_z B_x - A_x B_z)\widehat{y} + (A_x B_y - A_y B_x)\widehat{z} \tag{F3.2}$$

Gli operatori differenziali si scrivono:

$$\vec{\nabla}\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x}\widehat{x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y}\widehat{y} + \frac{\partial \Phi}{\partial z}\widehat{z} \tag{F3.3}$$

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \tag{F3.4}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \tag{F3.5}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\widehat{x} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\widehat{y} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\widehat{z} \tag{F3.6}$$

$$\nabla^2 \vec{A} = (\nabla^2 A_x)\widehat{x} + (\nabla^2 A_y)\widehat{y} + (\nabla^2 A_z)\widehat{z} \tag{F3.7}$$

F4 - Coordinate cilindriche

Un punto P é individuato, in un sistema di riferimento ortogonale, dalla terna: $P \equiv (\rho, \phi, z)$.

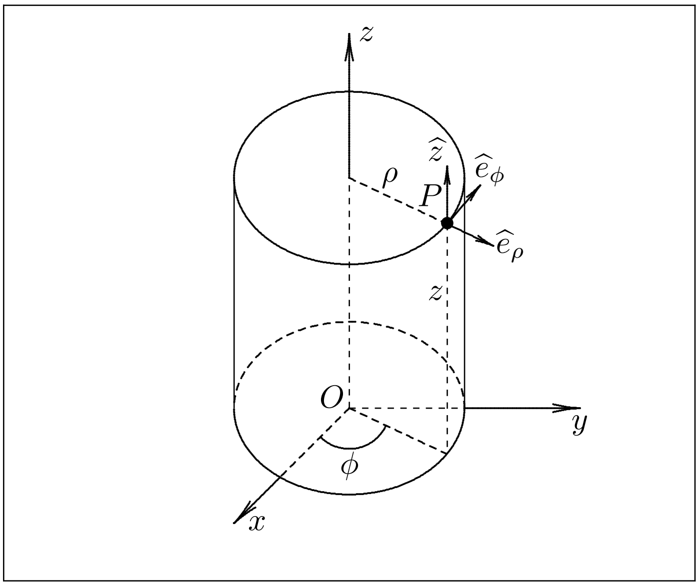

fig.F4-1

Tali coordinate sono legate alle coordinate cartesiane ortogonali dalle relazioni:

$$x = \rho\cos\phi; \quad y = \rho\sin\phi; \quad z = z \tag{F4.1}$$

Le formule di trasformazione dei versori sono:

$$\widehat{e}_\rho = \widehat{x}\cos\phi + \widehat{y}\sin\phi; \quad \widehat{e}_\phi = -\widehat{x}\sin\phi + \widehat{y}\cos\phi; \quad \widehat{z} = \widehat{z} \tag{F4.2}$$

$$\widehat{x} = \widehat{e}_\rho\cos\phi - \widehat{e}_\phi\sin\phi; \quad \widehat{y} = \widehat{e}_\rho\sin\phi + \widehat{e}_\phi\cos\phi; \quad \widehat{z} = \widehat{z} \tag{F4.3}$$

Le relazioni di moltiplicazione fra i vettori assumono la forma seguente:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_\rho B_\rho + A_\phi B_\phi + A_z B_z \tag{F4.4}$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = (A_\phi B_z - A_z B_\phi)\widehat{e}_\rho + (A_z B_\rho - A_\rho B_z)\widehat{e}_\phi + (A_\rho B_\phi - A_\phi B_\rho)\widehat{z} \tag{F4.5}$$

Gli operatori differenziali si scrivono:

$$\vec{\nabla}\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial\rho}\widehat{e}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\Phi}{\partial\phi}\widehat{e}_\phi + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\widehat{z} \tag{F4.6}$$

$$\nabla^2\Phi = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\Phi}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} \tag{F4.7}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \tag{F4.8}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right)\widehat{e}_\rho + \left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho}\right)\widehat{e}_\phi + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho A_\phi) - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi}\right)\widehat{z} \qquad (F4.9)$$

$$\nabla^2 \vec{A} = \left(\nabla^2 A_\rho - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}\right)\widehat{e}_\rho + \left(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\rho}{\partial \phi}\right)\widehat{e}_\phi + \left(\nabla^2 A_z\right)\widehat{z} \quad (F4.10)$$

F5 - Coordinate sferiche

Un punto P é individuato, in un sistema di riferimento ortogonale, dalla terna: $P \equiv (r, \theta, \phi)$.

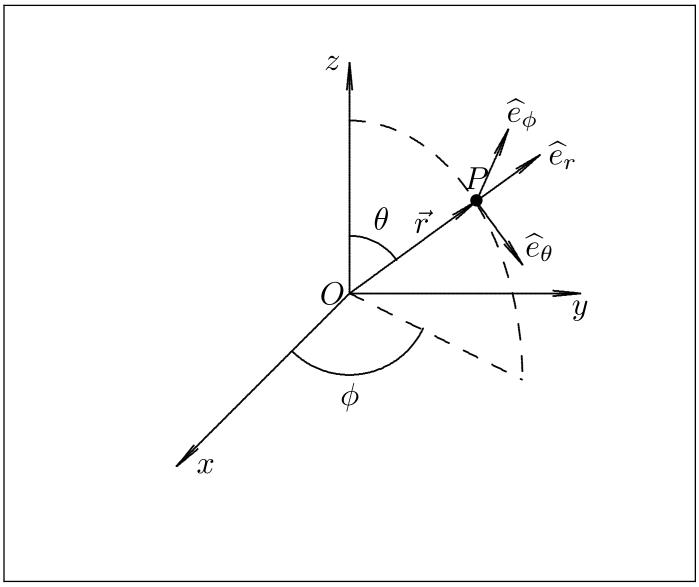

fig.F5-1

Tali coordinate sono legate alle coordinate cartesiane ortogonali dalle relazioni:

$$x = r\sin\theta\cos\phi; \quad y = r\sin\theta\sin\phi; \quad z = r\cos\theta \qquad (F5.1)$$

Le formule di trasformazione dei versori sono:

$$\begin{aligned} \widehat{e}_r &= \widehat{x}\sin\theta\cos\phi + \widehat{y}\sin\theta\sin\phi + \widehat{z}\cos\theta \\ \widehat{e}_\theta &= \widehat{x}\cos\theta\cos\phi + \widehat{y}\cos\theta\sin\phi - \widehat{z}\sin\theta \\ \widehat{e}_\phi &= -\widehat{x}\sin\phi + \widehat{y}\cos\phi \end{aligned} \qquad (F5.2)$$

$$\begin{aligned} \widehat{x} &= \widehat{e}_r\sin\theta\cos\phi + \widehat{e}_\theta\cos\theta\cos\phi - \widehat{e}_\phi\sin\phi \\ \widehat{y} &= \widehat{e}_r\sin\theta\sin\phi + \widehat{e}_\theta\cos\theta\sin\phi + \widehat{e}_\phi\cos\phi \\ \widehat{z} &= \widehat{e}_r\cos\theta - \widehat{e}_\theta\sin\theta \end{aligned} \qquad (F5.3)$$

Le relazioni di moltiplicazione fra i vettori assumono la forma seguente:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_rB_r + A_\theta B_\theta + A_\phi B_\phi \tag{F5.4}$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = (A_\theta B_\phi - A_\phi B_\theta)\widehat{e}_r + (A_\phi B_r - A_r B_\phi)\widehat{e}_\theta + (A_r B_\theta - A_\theta B_r)\widehat{e}_\phi \tag{F5.5}$$

Gli operatori differenziali si scrivono:

$$\vec{\nabla}\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial r}\widehat{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\widehat{e}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\Phi}{\partial\phi}\widehat{e}_\phi \tag{F5.6}$$

$$\nabla^2\Phi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\phi^2} \tag{F5.7}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2A_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta A_\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi} \tag{F5.8}$$

$$\begin{aligned}\vec{\nabla}\times\vec{A} =& \frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta A_\phi) - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi}\right]\widehat{e}_r + \frac{1}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi)\right]\widehat{e}_\theta + \\ &+ \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right]\widehat{e}_\phi\end{aligned} \tag{F5.9}$$

$$\begin{aligned}\nabla^2\vec{A} =& \left(\nabla^2A_r - \frac{2A_r}{r^2} - \frac{2\cot\theta}{r^2}A_\theta - \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_\theta}{\partial\theta} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}\right)\widehat{e}_r + \\ &+ \left(\nabla^2A_\theta - \frac{1}{r^2\sin^2\theta}A_\theta + \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial\theta} - \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}\right)\widehat{e}_\theta + \\ &+ \left(\nabla^2A_\phi + \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \frac{1}{r^2\sin^2\theta}A_\phi + \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\theta}{\partial\phi}\right)\widehat{e}_\phi\end{aligned} \tag{F5.10}$$

Fine Formulario